

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA**



UCSC

“ANÁLISIS DE 2 SITUACIONES BASADAS EN MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE FUNCIÓN EXPONENCIAL Y FUNCIÓN LOGARÍTMICA A ESTUDIANTES DE CUARTO SEMESTRE DE LA CARRERA PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN.”

**Seminario de Investigación para optar al Grado Académico de
Licenciado en Educación**

PROFESOR GUÍA: SR. ERICH LEIGHTON

ESTUDIANTES
MATÍAS ALVIAL CONCHA
MATÍAS ESCOBAR COSIO
FABIAN OÑATE MUÑOZ
BORIS SANCHEZ FERREIRA
FERNANDO SANCHEZ MILLAR

CONCEPCIÓN, AGOSTO DE 2022

Dedicatoria

Quisiera agradecer a mi familia y a un selecto número de personas cercanas que me impulsaron a seguir adelante y a elegir esta preciosa carrera universitaria que terminaría por marcar fuertemente mi futuro como profesional y persona. Agradecer todos los años que trabajé con niños y jóvenes, y a las personas con las que lo hice ya que me ayudaron a entender que podemos hacer un cambio positivo en ellos si nos esforzamos lo suficiente. Finalmente, a quienes se integraron durante mi carrera y me apoyaron, muchas gracias.

Matías Ignacio Escobar Cosío.

Quisiera agradecer a todas las personas que me ayudaron e impulsaron en todo el proceso que hubo en estos cinco años, de altos y bajos, momentos difíciles, pero también de alegría. Agradezco a Dios, por acompañarme siempre, a mi familia por apoyarme en todo momento, y a todos los profesores que aportaron entregando sus conocimientos y experiencias. Feliz de la carrera que estoy cursando, cada vez más convencido de la importancia del papel docente y lo mucho que podemos aportar en el crecimiento de los estudiantes.

Fabián Esteban Oñate Muñoz.

Dedico este trabajo a las 3 personas que formaron parte de este camino y siempre conté con su apoyo y aunque la vida nos separó, el lazo tan fuerte que nos une jamás se romperá, gracias a ustedes pude convertirme el profesional que la educación chilena necesita para el futuro.

Matias Nicolas Alvial Concha.

Esta instancia es para aquellas personas que a pesar de lo difícil que es salir de un lugar sin medios suficientes o necesarios, dan el aliento al sí se puede, capas de expandir o devolver la mano a la enseñanza de una u otra forma, ya sea al plantear evaluación a alumnos de la misma carrera a la cual se está en las últimas instancias, o bien a estudiantes en establecimiento. La familia es primordial o personas de apoyo, las horas de estudio y dedicación a presentar instancias de demostrar los sacrificios presentados es satisfactorio, gracias a todos por confiar.

Boris Alejandro Sánchez Ferreira.

Agradezco primero que todo a Dios por permitirme estudiar esta hermosa carrera, a mis padres por haberme apoyado en todo momento, por estar siempre a mi lado, por forjar en mí el ser disciplinado porque la motivación no es suficiente, por todo el apoyo psicológico y emocional a lo largo de todos estos años de carrera universitaria, soy quien soy en la actualidad gracias a ellos. No fue sencillo el camino, pero a todas esas personas que estuvieron ahí, les agradezco y hago presente mi gran afecto hacia ustedes.

Fernando Ignacio Sánchez Millar.

Agradecimientos

Quisiéramos agradecer en gran medida a la Universidad Católica de la Santísima Concepción por prestar completo apoyo en brindarnos el tiempo y los recursos necesarios para poder aplicar este estudio. Al igual agradecer a aquellas personas que aceptaron desarrollar el instrumento de evaluación, parte fundamental de nuestro estudio. De igual manera no habríamos podido llegar a este punto sin los enormes esfuerzos, conocimientos y aptitudes ofrecidos durante todos nuestros años universitarios, un conjunto de experiencias, tropiezos y reflexiones que nos permitieron poder llegar juntos al punto culmine de la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática. Finalmente, no podemos dejar fuera a Erich Leighton, quien fue nuestro profesor guía e hizo un importante trabajo en lograr mantener al equipo unido durante meses, entregando las herramientas y el acompañamiento que más necesitábamos.

Índice

Dedicatoria	1
Agradecimientos	3
Resumen	7
Abstract	8
Capítulo 1: Introducción	9
Capítulo 2: Planteamiento Problemático.....	12
2.1. Objetivo General	15
2.2. Objetivos Específicos.....	15
2.3. Pregunta de investigación	15
Capítulo 3: Modelación Matemática.....	16
3.1. Origen e historia.....	16
3.2. Ciclos o variaciones de la modelación matemática.....	21
3.3. Perspectiva de la modelación matemática.....	26
Capítulo 4: Modelación matemática en Latinoamérica	33
4.1. Modelación matemática en Chile.....	38

Capítulo 5: Formación Inicial de profesores de matemática.....	41
5.1. Formación Inicial de profesores en el sistema educativo chileno.....	42
Capítulo 6: Marco Metodológico.....	45
6.1. Población y Muestra.....	45
6.2. Recolección y validación de datos.....	45
6.3. Pauta de observación.....	47
6.4. Aspectos específicos de los indicadores evaluativos.....	48
6.5. Escala de puntuación.....	50
Capítulo 7: Análisis de Resultados.....	51
7.1. Comprobación del modelo.....	53
7.2. Elaboración del gráfico.....	53
7.3. Presentación de una respuesta formal.....	55
7.4. Desarrollo de expresiones algebraicas en el proceso de modelado.....	56
Conclusión.....	57
Limitaciones.....	60
Proyecciones.....	60

Índice de tablas, figuras y esquemas	62
Anexos	63
Anexo 1:” Pauta de Observación situación 1 (Función Exponencial)”	63
Anexo 2: “Pauta de observación situación 2 (Función Logarítmica)”	64
Anexo 3: “Progresiones de Objetivos de aprendizaje desde 7° básico a 2° medio”	65
Anexo 4: “Instrumento evaluativo”	71
Anexo 5: Pauta de corrección Situación 1 y Situación 2	75
Referencias Bibliográficas	82
PAUTA PARA EVALUAR SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN.....	86
PAUTA PARA EVALUAR SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN.....	89

Resumen

La palabra modelamiento se define como uno o varios sujetos que actúan como modelo recreando una situación determinada, ya sea ficticia o cotidiana. Llevar dicha conclusión a lo pedagógico requiere un grado de dificultad mayor a lo empleado en la enseñanza básica y, por consiguiente, media; siendo esto un foco clave a la hora de enseñar cada una de las disciplinas de la pedagogía. En esta investigación se plantearon diversos puntos de dicho concepto, centrando su mirada en el área de la matemática, en la cual se llevó a cabo la aplicación de un instrumento de evaluación a un grupo de estudiantes de segundo año de la carrera Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción. Con el cual se realizó un análisis de los aspectos a mejorar con dichos resultados, donde se mostró mayor frecuencia de errores a la hora de interpretar lo estipulado en los enunciados y llevarlo a un modelo tal que presente dicha situación, incluyendo gráficas y expresiones algebraicas. Los resultados obtenidos, con sus respectivas conclusiones, contribuyen a la futura formación de docentes en áreas específicas de la matemática, como los son función exponencial y logarítmica.

Palabras claves: Modelamiento matemático, función exponencial, función logarítmica, graficar.

Abstract

The word modeling is defined as one or more subjects who act as model recreating a particular situation, whether fictitious or everyday thing. Carrying this conclusion to the pedagogical requires a degree of difficulty greater than that used in primary education and, therefore, secondary; this being a key focus when teaching each of the disciplines of pedagogy. In this investigation, several points of this concept are raised, focusing its gaze on the area of mathematics, in which the application of an evaluation instrument was carried out to a group of second-year students of the Pedagogy in Middle Education in Mathematics career from the Catholic University of the Most Holy Conception. With which an analysis was carried out to improve with the results, where a greater frequency of errors was shown when interpreting what is stipulated in the statements and taking it to a model such that it presents said situation, including graphs and algebraic expressions. The results obtained, with their respective conclusions, contribute to the future training of teachers in specific areas of mathematics, such as the exponential and logarithmic functions.

Keywords: Mathematical modeling, exponential function, logarithmic function, graphing.

Capítulo 1: Introducción

La educación siempre se ha ido perfeccionando con el pasar de los años, con el avance de las ciencias siempre se buscan nuevas estrategias por una enseñanza adecuada, hasta el día de hoy, se realizan estudios para identificar aquellas falencias que se pueden presentar en el proceso enseñanza-aprendizaje. Específicamente en la educación media, hay algunas barreras que aún están presentes en las salas de clases, en las cuales se presentan por una enseñanza conductista, de memorización, reproduciendo procedimientos y no articulando con otras disciplinas, lo que genera complicaciones al momento de plantear situaciones de la vida diaria, y que, a pesar de proveer estrategias, estudios e investigaciones sobre formas eficientes de enseñanza, se siguen presentando estas dificultades en los estudiantes.

En la enseñanza de las matemáticas estas limitantes toman más fuerza a la hora de modelar situaciones, ya que los estudiantes no están trabajando específicamente esta área, y esto también tiene que ver con qué tan capacitados están los profesores de matemática para enseñar basados en el modelamiento matemático, sobre el cual hay poco más de 30 años de antigüedad de sus primeros estudios y clasificaciones, por lo que se explica de cierta forma que algunos docentes no estén tan familiarizados con el concepto, ya que esta área de la matemática ha tenido actualizaciones con el paso de los años en sus clasificaciones, tipos y objetivos abordados por cada perspectiva.

Sin embargo, tampoco es claro si es que los nuevos profesores de matemática y la generación de docentes que se está formando está capacitada en la aplicación del modelamiento matemático, y en este contexto se genera nuestro problema, ¿será que, en la actualidad, los profesores que recién egresan y los que están por hacerlo, tendrán las capacidades y herramientas

necesarias para resolver problemas basándose en la modelación matemática utilizando funciones exponencial y logarítmica?

Por esta interrogante que surge, decidimos realizar esta investigación para poder analizar la forma en cómo resuelven problemas basados en modelamiento matemático los profesores en formación. Para esto, consideramos a un grupo de estudiantes de segundo año en la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, presentándoles un instrumento de evaluación que consiste en dos situaciones de la vida diaria, con enunciados de función exponencial y logarítmica. Buscamos principalmente analizar el desarrollo de estos, el cómo llegaron a los resultados, y así también algunas características en particular de los modelos solicitados.

Con esta investigación e instrumento aplicado, se quiere lograr, además del análisis de resultados, evaluar el proceso en la construcción de los modelos, bajo la perspectiva pragmática y el ciclo planteado por Pollak (1979), y también, permitir la reflexión sobre la formación inicial de profesores, sus fortalezas y debilidades, y si esta es suficiente para lograr una buena capacitación en la modelación matemática.

Los resultados obtenidos servirán primero para los investigadores que llevaron a cabo dichos análisis, para lograr una reflexión docente personal y ver en qué situación o tipo de problemas se presentarían falencias, para así, saber cuáles son los errores más comunes, lograr plantear de buena forma un modelo, y enseñar con un mejor dominio basados en el modelamiento matemático. Además, se busca lograr un aporte para toda la comunidad educativa, desde los estudiantes que realizaron el instrumento, así como también para los expertos que se dedican al trabajo y estudio de esta área de la matemática.

A lo largo de esta investigación, podremos nutrirnos con la teoría que es base y fundamento de la modelación matemática, partiendo desde uno de los pioneros que es Pollak (1979), realizando un recorrido hasta hoy. Se presenta la historia y el origen de la modelación en la enseñanza de esta disciplina, teniendo en cuenta los ciclos y las variaciones que han tenido las definiciones y el trabajo con la modelación. Además, se abordaron las distintas perspectivas definidas por los autores, donde cada una tiene su enfoque, como por ejemplo la resolución de problemas, la creación de relaciones entre la matemática y la realidad, como también en la formación en diversos objetivos que se cumplen con dichas perspectivas.

Finalmente, se llevó a cabo un estudio de la formación inicial de profesores, focalizada en el sistema educativo chileno, para así dar paso a los resultados obtenidos a partir del instrumento realizado, en donde, a través de tablas de puntaje separando situación 1 y 2, mostrando un análisis de algunos casos particulares para lograr una vista general y saber qué tan capacitados están los 13 estudiantes que realizaron el instrumento en el aprendizaje basado en la modelación matemática.

Hoy la educación y la sociedad exigen desarrollar competencias para el aprendizaje y, en nuestro caso como docentes, la enseñanza de las matemáticas con modelos de la vida diaria es parte de esas competencias, para así obtener un desarrollo óptimo de los alumnos en la resolución de problemas. Por lo tanto, el presente estudio ayudará a conocer si estas competencias están presentes, y así, en un futuro, buscar la forma de que los nuevos profesores tengan una mejor orientación al respecto.

Capítulo 2: Planteamiento Problemático

El aprendizaje de cualquier contenido matemático ha presentado un desafío para los profesores del siglo XXI, debido al rechazo por parte de los estudiantes motivados por la mecanización de procedimientos, escasa vinculación de esta disciplina con temáticas del mundo real y la poca relación de ésta con otras áreas del conocimiento (Biembengut y Hein, 2004; Bassanezi, 2002). Partiendo de la modelación como estrategia pedagógica y componente esencial de planificación, se acepta que la formación inicial de un profesor de matemáticas debe potenciar la experiencia y la oportunidad de reflexionar y analizar el papel de estas estrategias para la enseñanza de contenidos matemáticos. En este sentido, Ortiz (2002), Mathews y Redd (2007), y Ortiz, Rico y Castro (2007) afirman que la modelación permite a los maestros desarrollar ideas para lo que significa enseñar matemática y desarrollar estrategias y métodos sobre la enseñanza de un contenido en específico.

En Chile la enseñanza secundaria enfrenta una situación crítica a la hora de analizar la enseñanza de la matemática, debido a que las prácticas enfatizan la memorización, los algoritmos, la segmentación del conocimiento y la escasez de articulación con otras disciplinas; no permitiendo un trabajo de aplicaciones en contextos reales (Aravena & Caamaño, 2007; Aravena, Caamaño & Giménez, 2008).

La necesidad de formar profesores de matemática en formulación y construcción de problemas de modelación, la inclusión del lenguaje matemático, la comunicación y argumentación matemática (Ortiz, Aravena, Solar & Cárdenas, 2009). Esto debido a que la modelización matemática puede ser usada como un instrumento que nos permita abordar el aprendizaje del

estudiante y el que hacer pedagógico, como también una práctica de enseñanza que permite relacionar el mundo real con la matemática (Gascón, 1998; Blomhøj, 2008).

Por su parte, Barbosa (2001) indica la necesidad de incorporarlo al entrenamiento inicial del profesor de matemáticas porque permite desafiar las concepciones de los futuros profesores sobre la Matemática y su enseñanza, con el objetivo de ponerla en perspectiva para su trabajo docente. Además, los profesores en el proceso de aprendizaje deben ser capaces de reflexionar sobre experiencias con modelación en el contexto escolar con respecto a su organización, formas de aplicación, dificultades, trabajo de los estudiantes, y formas de intervención del profesor. La reflexión sobre estos aspectos posibilita la construcción de conocimientos que fundamenten sus prácticas con esta estrategia de enseñanza.

La sociedad de hoy exige desarrollar competencias para analizar y criticar modelos matemáticos que permitan desenvolvernó en un mundo cada vez más tecnológico, globalizado y conscientes de las necesidades que hay alrededor; por lo que se transforma en un desafío en el ámbito educativo (Blomhøj, 2008).

Un ejemplo de experiencias utilizando modelización matemática fue la presentada por Henríquez, Pinto y Solar (2020) en un curso de segundo año, con un total de 39 estudiantes. en un colegio particular subvencionado de la región metropolitana. La clase duró 90 minutos y se planteó la siguiente pregunta: “En el supermercado ha aparecido un nuevo tipo de toalla de papel y se necesita conocer la cantidad de papel enrollado en este nuevo rollo sin recurrir a desenrollarlo. Puedes manipular el rollo de papel para determinar medidas que consideres adecuadas para desarrollar la actividad. Considera el grosor del papel de 0,07 centímetros. Deja expresadas todas las ideas y procedimientos en esta hoja de papel” (p.406). Dicha investigación abarcó 2 aristas: los

niveles de argumentación de los estudiantes y las etapas de la modelación matemática; el rol del docente que le permita al estudiante elevar su nivel de argumentación dentro del aula, para lograr el último aspecto enfatiza que la comunicación sea efectiva entre el alumno y el profesor. Donde concluye que el profesor debe planificar su clase con anterioridad, incluyendo las habilidades comunicativas que pueda aplicarlas en el estudiante.

Oliveira (2006) afirma que la modelación permite el desarrollo del conocimiento matemático, da a conocer el papel de las matemáticas en la sociedad y proporciona una base para su incorporación en la práctica educativa de los profesores en formación. Por su parte, Doerr (2007) argumenta que los futuros profesores de matemáticas necesitan experiencia en modelación que les proporcione una variedad de contextos y herramientas de enseñanza y les permita participar en el análisis de su propio trabajo de modelación. Los escolares deben evaluar sus propias ideas y los profesores deben brindar oportunidades para que esta evaluación sea efectiva y formativa.

Lo anteriormente planteado invita a reflexionar sobre la necesidad de realizar trabajos basados en modelación matemática, donde los futuros profesores y profesoras necesitan las competencias necesarias para conducir el proceso de enseñanza y aprendizaje, así mismo las instancias necesarias que permitan poder realizar el trabajo en el aula. Es por ello que, en esta investigación se pretende analizar la forma en cómo resuelven problemas los futuros profesores y profesoras de matemática en base al trabajo en modelización matemática.

2.1. Objetivo General

- Analizar la forma en cómo resuelven problemas relacionados con la función logarítmica y exponencial los alumnos de segundo año de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción mediante el trabajo basado en modelación matemática.

2.2. Objetivos Específicos

- Evaluar las producciones de los estudiantes en el proceso de construcción de modelos matemáticos bajo la perspectiva pragmática y el ciclo planteado por Pollak (1979).
- Describir las relaciones que establecen los estudiantes en el trabajo basado en modelación matemática.
- Describir los aportes del desarrollo de ejercicios de modelación matemática en la formación inicial de profesores de matemática.

2.3. Pregunta de investigación

¿Cómo resuelven los problemas con enunciados de función logarítmica y exponencial basados en modelación matemática los alumnos de segundo año de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción?

Capítulo 3: Modelación Matemática

3.1. Origen e historia

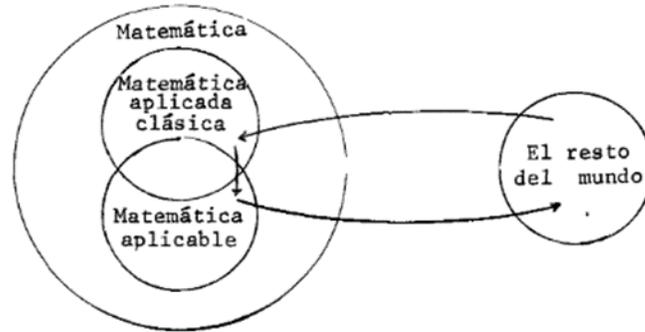
La matemática tiene como objetivo durante su enseñanza en cada uno de los niveles educativos, el de preparar a futuros ciudadanos con criterios y competencias para que sean capaces de resolver problemas que se les puedan presentar durante el transcurso de sus vidas, asimismo que puedan expresar y probarse en aquellas situaciones (Alsina, 2007). Como señala Burkhardt (2017), si bien se han ofrecido desde hace años la posibilidad de crear y enseñar modelos matemáticos, el que sean modelos aplicables a la vida real no significa que sean igual de útiles en la vida diaria, en los años 60 existía la popular idea de mejorar la comprensión de la matemática por parte de los profesores de escuelas y por consiguiente la de los alumnos dando el ejemplo de una escuela de París en donde se enseñaba la teoría de los conjuntos a niños de 5 años. Cada desarrollo de conceptos y teorías matemáticas a través de los años y hasta el día de hoy ha surgido debido a la necesidad de resolver un determinado problema (Kleiner, 1986).

Es hasta mediados del siglo XIX que la matemática pura que se trabajaba fue de difícil acceso, luego de eso, y a partir de allí es que se empezó a expandir la idea que la educación matemática debía proporcionarse para razones formativas generales y de esta manera entrenar el “músculo pensante” (Niss, 1996). Luego a lo largo del siglo 20 se enfatizó que las aplicaciones matemáticas en los planes de estudio debían poder ser dirigidos a estudiantes que no necesariamente fueran a convertirse en otros profesionales de las matemáticas sino en varios niveles de sofisticación (Blum, 2007).

Si bien la enseñanza matemática en general lleva tiempo aplicándose, el estudio específico de la modelación matemática en esta área comenzó apenas desde hace unos 45 años, con el fin de poder crear nuevas conexiones que permitieran a los estudiantes comprender y poner sobre la misma hoja tanto la matemática escolar, como la de contextos matemáticos. Además, mediante análisis se ha podido dejar en claro que la modelación matemática ofrece múltiples beneficios cuando se aplica a los diferentes niveles educativos destacando el lograr que los alumnos puedan generar una conexión entre la matemática escolar que ven cada año y las de la vida diaria, de esta manera disminuir cualquier tipo de ansiedad que pudiera generar el estar en un ambiente no grato cuando no se manejan o se le teme a los contenidos. Entre otros, está el lograr una mejor comunicación y trabajo colaborativo dentro de la misma área y su desarrollo de competencias matemáticas (Aravena y Camaño, 2009).

Si se habla de uno de los precursores que comenzó a hablar del concepto de modelamiento en el ámbito de la educación matemática, es correcto mencionar a Pollak (1979) quien fue una de las primeras personas que describió el proceso de modelado para que esta pudiera llegar a usarse en la enseñanza de las matemáticas (Voskoglou, 2006). Su intención era la de presentar un panorama de las implicaciones educativas de las aplicaciones de la matemática y para esto presentó los significados y las estructuras de la aplicación matemática desde distintos ángulos, como su sentido clásico, en donde se encuentran distintos ejes tales como el cálculo, la trigonometría y la geometría; la aplicación significativa que habla del uso de la matemática dentro de la misma, como en computación o probabilidad; la matemática aplicable en la vida diaria que supone intercambios entre la matemática como tal y el mundo exterior. Para esto Pollak (1979) creó la siguiente figura para visualizar de mejor manera sus definiciones:

Figura 1
Ciclo de modelado según Pollak



Fuente: Esquema de Pollak (1979)

Una vez explicada la matemática aplicada, Pollak (1979) buscó sus efectos en la educación matemática; por estos años la modelización matemática era presentada por problemas matemáticos con enunciados, pero que en palabras del autor eran en ocasiones situaciones completamente irreales, incluso tan artificiales que parecen fábulas (Engel, 1969). La solución a esto era buscar y crear problemas elementales y que respondieran a situaciones reales, algo que comenzó a replicarse en muchos países, conduciendo a coleccionar problemas de distintos niveles y así adaptarlos a la enseñanza. Esto llevó a otro problema en las escuelas y es que, al haber tanta variedad de matemática aplicable, la tarea de diseñar currículos en primarias y secundarias se complicó al no poder llegar a un consenso de qué cosa era más importante que la otra, generándose un desequilibrio con lo que se creía correcto anteriormente, incluso entre un país y otro haciendo difícil exportar un currículo entre ellos (Pollak, 1979).

Estos cambios no solo se vieron reflejados por estos años solo en el currículo de los estudiantes, sino también en la pedagogía en sí, creando sobre ella posibles efectos que la cambiarían. Debido a que se buscaba una mejor comprensión de la matemática aplicada, esta debía ser entendida mejor y de esta manera sería mucho más fácil de recordarla, a diferencia de la aprendida de memoria que, sin haber sido comprendida, puede ser aplicada erróneamente.

Anhelando una mejor construcción de modelos es que los docentes buscarían una manera de que tanto la matemática misma, como la situación fuera de ella, fueran comprendidos. La formación de profesores debía, por tanto, ir a la par con los cambios que se estaban dando, y es que para ofrecer modelos de manera correcta los docentes debían ser capaces de aumentar sus experiencias en la aplicación matemática, llegando a obligar un internado a los futuros profesores en Inglaterra y Australia (Fesham y Davison, 1972) con el fin de aprender realmente cómo se aplica la matemática. Mientras que en muchos otros países únicamente se trabajaba un modelo matemático en el cual se priorizaba la matemática clásica en la formación de profesores (Pollak, 1979).

A través de los años se han creado diversos programas cuya finalidad es enseñar, mejorar o poner a prueba los distintos niveles de conocimiento sobre modelamiento matemático, lastimosamente no suelen durar mucho debido a reorganizaciones constantes sobre los mismos que también es, a menudo, su principal causa de término; sin embargo, no se abandonan del todo y muchas veces son renovados o imitados de alguna manera, no olvidándose del todo (Burkhardt, 2018).

Si consideramos otros conocimientos además de la educativa, como por ejemplo la de la medicina que logra avanzar a pasos agigantados mediante técnicas heurísticas, es entonces cuando

podemos apreciar que ésta décadas por delante de la educativa viéndolo desde este punto de vista. Para mejorar esta brecha se necesita un enfoque heurístico que complemente la comprensión de la técnica de la práctica, pudiéndose lograr diseños competentes con la ayuda de otros estudios adicionales, pero que este tipo de aplicaciones no se suelen llevar a cabo por la academia educativa (Burkhardt 2013, 2014).

Mediante diversos tipos de análisis y estudios sobre el modelamiento matemático durante los años se ha llegado a varias conclusiones y perspectivas, una de ellas es un análisis de los modelos de esa época pudiendo encontrarse específicamente dos tipos de perspectivas (Kaiser-Messmer 1986, págs. 83):

La perspectiva pragmática, la cual se centra en los objetivos utilitarios, donde de esta manera los alumnos podían resolver problemas prácticos.

La perspectiva científico-humanista, que se centra en el lado más matemático del tema, aplicándose a tópicos como la ciencia e ideales humanísticos de la educación, y de esta manera los alumnos pueden crear relaciones entre la matemática y la realidad.

George Pólya, un matemático también investigador, presentó en su libro *How to solve it* en el año 1945 donde se presentaba cómo resolver un problema mediante cuatro componentes: el entendimiento del problema, el diseño de un plan, el análisis retrospectivo para resolver el problema y la plausibilidad de la solución. Todo esto mediante técnicas y métodos heurísticos como dividir o descomponer el problema en otros más simples, usar diagramas o gráficos o incluso trabajar el problema en sentido inverso.

3.2. Ciclos o variaciones de la modelación matemática

Algunas definiciones de modelo matemático están dadas por los siguientes autores:

Blomhøj (2004) considera como modelo matemático una relación entre objetos matemáticos y sus conexiones con una situación o fenómeno de naturaleza no matemática.

Biembengut y Hein (2004) lo establecen como un conjunto de relaciones y símbolos vinculados a cualquier rama de las matemáticas, en donde el tipo de conocimiento que se desarrolla en dicha rama genera instrumentos sustanciales para las aplicaciones matemáticas.

Gómez y Rico (2002) por su parte, denominan modelo a una terna (estructura, fenómeno, relación) en la que la estructura expresa el fenómeno de establecer una relación entre las características estructurales del fenómeno que se puedan representar con el concepto y las propiedades de la estructura misma.

A partir de estas definiciones, se entenderá el modelo matemático, como una terna en el que interviene el fenómeno de naturaleza no matemática, una relación matemática en la cual intervienen objetos matemáticos (conceptos y propiedades) y sus conexiones que representan características estructurales del fenómeno. Al proceso de obtención de un modelo matemático se le llama modelización matemática (Moreno, Marín y Ramírez-Uclés, 2021).

El proceso de modelización no es inmediato, sino que demanda de manera implícita o explícita un proceso en el establecimiento de relaciones, como así también conexiones entre una situación real y una idea matemática. Este recorrido ha sido ampliamente discutido, analizado y

estructurado, dependiendo en gran medida de la perspectiva que se dispone de realidad, de modelo y de modelo matemático (Moreno, Marín y Ramírez-Uclés, 2021).

Dentro del proceso de llevar a cabo el modelamiento matemático existen ciertos aspectos a considerar, pasos, procesos, ciclos o perspectivas en los cuales como docente debe saber antes de llevar a cabo dichos planteamientos.

De acuerdo con distintos autores (Blum et al., 2007; Blum y Niss, 1991) coinciden en que la modelización matemática es el conjunto de traslaciones entre la realidad y las matemáticas. La realidad la entenderemos, como señala Pollak (1979), como el resto del mundo fuera de las matemáticas incluyendo la naturaleza, la sociedad, la vida diaria y de la ciencia.

En la figura 1 se visualiza que el resto del mundo hace alusión a los conceptos adquiridos en la vida cotidiana capaces de representar mediante la modelización matemática, en la cual, a través de las aplicaciones de esta, se ve la rentabilidad de los casos posibles e improbables de diseñar para un mejor entender a la hora de presenciar una situación de proyección.

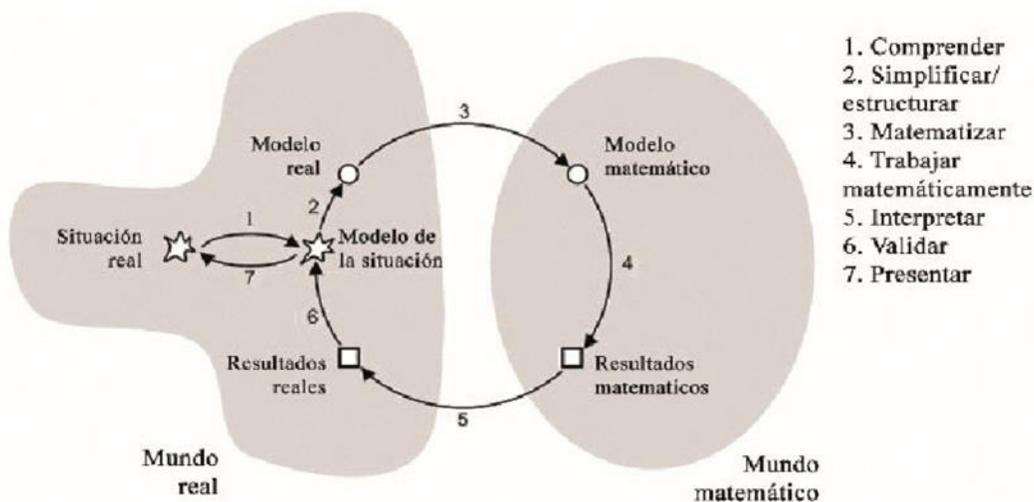
La situación original o situación real es un extracto de un fenómeno real que pertenece a una realidad compleja y abierta. La transición de la situación original al modelo real depende del modo de pensamiento de cada individuo. Estos procesos se refieren a las simplificaciones inconscientes que se dan del problema, al establecimiento de ciertas hipótesis implícitas de la realidad, es decir, el individuo en esta fase toma decisiones que influyen la manera en la cual filtrará la información dentro del problema (Rodríguez, 2010).

El modelo real como las representaciones externas del problema elaboradas por el individuo (Blum y Leiß, 2007). En esta fase se determinan las variables, las reglas o supuestos que

conducen al fenómeno, condiciones o hipótesis, todo en lenguaje natural, describiendo el comportamiento general del problema. La mayoría de los autores coinciden en establecer esta fase previa al modelo matemático y algunos la han denominado estado de gestación (Cross y Moscardini, 1985), modelo empírico (Ríos y García, 1995) o modelo real (Blum, 2002; Blum y Niss, 1991; Ramos-Rodríguez et al., 2014; Gómez y Rico, 2002). Para pasar a la siguiente fase, el sujeto debe “matematizar”, esto es, traducir el modelo real en términos matemáticos para llegar a un modelo útil para dicha situación.

Este concepto, según Blum y Niss (1991), el modelo real es matematizado, es decir, sus datos, conceptos, relaciones, condiciones y supuestos son trasladados a la matemática; así resulta un modelo matemático de la situación original.

Figura 2
Ciclo de modelamiento de Blum/Leiss



Fuente: Esquema de Blum y Leiss (2007)

La figura 2 hace alusión a ciclo de Blum & Leiss, en donde se puede visualizar que la mayor parte de los autores coinciden en un esquema de diferentes fases del proceso de

modelización a partir del esquema de modelización propuesto por Blum y Niss (1991): (a) análisis del problema real, (b) simplificar el problema real, (c) matematizar, (d) resolver el problema matemático, (e) interpretar las soluciones obtenidas, (f) reflexión de los resultados y validación del proceso, y (g) presentación de las conclusiones.

En la cual dada una cierta situación de la vida cotidiana se realiza un análisis comprendiendo los aspectos de este, donde a través de un modelo se presenta el matematizar llevando a cabo una simplificación de dicho problema, por consiguiente, se crea un modelo al respecto utilizando la matemática, dado que al obtener ciertos resultados se llega a una interpretación con sus respectivas validaciones y conclusiones correspondientes (Rodríguez, 2010).

La modelización se puede definir en términos de los objetivos latentes a su implementación. Kaiser y Sriraman (2006) establecen varias visiones que predominan en las discusiones sobre modelización: (a) Realista, cuyo objetivo central es resolver problemas del mundo real, entender el mundo real y la promoción de competencias de modelización; (b) Modelización contextual, la cual se relaciona con temas y objetivos psicológicos en la resolución de problemas; (c) Modelización Educativa cuyo propósito es pedagógico; (d) Modelización Socio-crítica, la cual se centra en objetivos pedagógicos pero con una crítica comprensión del entorno, esta perspectiva ha tenido principalmente un carácter de emancipación; finalmente, la Modelización epistemológica o teórica cuyo objetivo es el desarrollo o promoción de teorías.

El modelo matemático, como fase del proceso de modelización establece relaciones o formalismos matemáticos que representan las propiedades e hipótesis del modelo. Dentro de esta fase, se incluye la escritura, en lenguaje matemático, de las relaciones establecidas entre las

variables dadas por el problema. Al verse comprendida dentro de lo abstracto la similitud con la realidad es menor, presentando complicaciones con la validación e interpretación de la situación principalmente planteada (Contrato IF007-2011).

En 1979, Henry Pollak considera la Modelación Matemática como una manera de enlazar a la matemática con el resto del mundo (Borromeo-Ferri, 2006), estableciendo un primer significado del convertir de progresivas posturas asociadas a la modelación matemática, entendiendo las diferencias con el uso y contexto disciplinar que se le pueda asignar a una tarea de modelación (Barbosa, 2003).

El modelo de Blum es el más adecuado, o más bien, cercano a lo que se realizó en el proceso de elaboración de la situación de modelamiento matemático, ya que dado los ejercicios planteados se recrea una instancia de elaboración en la cual comprender, simplificar y matematizar dados los conceptos del mundo real puede presentar una dificultad a la hora de observar dichas instancias, llevarlos al plano matemático, interpretarlo, verificar su validez y presentar su eficacia en dicho plano laboral conlleva a desenvolverse de manera sistematizada y flexible al llevar a cabo tales procesos, como también sus comprobación.

3.3. Perspectiva de la modelación matemática

En lo que se refiere al Modelamiento Matemático, estudios y análisis al respecto muestran que no existe una comprensión homogénea de la modelización y de sus fundamentos epistemológicos dentro del debate internacional sobre la modelización, sino que hay diversas visiones al respecto. Sin embargo, podemos segmentarlo en distintas perspectivas.

Hace poco más de 30 años encontramos los primeros estudios sobre el Modelamiento Matemático y sus clasificaciones, donde Kaiser-Messemer (1986) distinguió varias perspectivas sobre el tema, a través de discusiones sobre modelos y sus aplicaciones existentes hasta ese entonces. Algunas de estas son:

Una perspectiva pragmática: Da énfasis a la capacidad de aplicar las matemáticas en la resolución de problemas prácticos que tienen los estudiantes, centrándose en los objetivos utilitarios y pragmáticos.

Diversos análisis muestran que la perspectiva pragmática se ha ido perfeccionando desde sus bases y planteamientos, llegando a convertirse en la perspectiva de la modelización realista. Esta nueva categoría, incluye otra característica central referente a la modelización, y profundiza más en la resolución de problemas, ya no como desarrollo de teoría, si no como una resolución más auténtica.

Una perspectiva científico-humanista: Da énfasis a la capacidad que tienen los estudiantes para crear relaciones entre las matemáticas y la realidad, orientándose hacia las matemáticas como una ciencia, relacionándola con los ideales humanistas que conlleva la educación.

Una perspectiva emancipadora: Está orientada a la enseñanza de las matemáticas, aplicando la observación de los intentos sociocríticos y su desarrollo en la enseñanza.

Una perspectiva integradora: Esta categoría en la Modelación Matemática no se limita a objetivos específicos, sino que se basa en diversos objetivos y argumentos. La perspectiva integradora exige que la modelización, sus aplicaciones y estrategias se vean evaluadas bajo diferentes niveles de objetivos, y así, tener sustento para fines científicos, matemáticos y pragmáticos.

Kaiser (2006) menciona varias dimensiones de objetivos, que nos ayudan de referencia para evaluar la modelización y sus aplicaciones. Los cuales son:

Objetivos pedagógicos: Impartir habilidades que mejoren la comprensión de los aspectos generales que tienen los estudiantes sobre nuestro mundo.

Objetivos psicológicos: Fomentar y mejorar la motivación que tienen los estudiantes al momento de estudiar matemáticas.

Objetivos relacionados con la asignatura: estructurar el proceso de enseñanza- aprendizaje, introduciendo nuevos conceptos y métodos matemáticos, utilizando ilustraciones y diversas estrategias.

Objetivos relacionados con la ciencia: Transmitir una imagen realista de la matemática, mostrándola como ciencia, considerando el desarrollo histórico en el proceso.

Una perspectiva epistemológica: En esta categoría se consideran bases como la teoría antropológica de la didáctica, estudiando ramas de esta, como el enfoque de las praxeologías matemáticas de Chevallard o enfoques sobre la “didáctica del contrato” dado por Brousseau.

Hablando de la perspectiva epistemológica, si el enfoque de la praxeología lo instauramos como la orientación principal, provoca que toda la actividad matemática se identifique como actividad de modelización. A través de este cambio, no se limita a la matematización de temas no matemáticos.

Esta perspectiva aún continúa con una distinción en sus enfoques desarrollada por Treffers (1987), referente a la matematización horizontal, que tiene relación con el trabajo dentro de las matemáticas.

Hay otros enfoques importantes sobre los objetivos en la modelización, desarrollados por Blum (2002) y Niss (2001). Estos en su momento, fueron clasificados bajo la perspectiva integradora, pero no hay más profundización al respecto.

Una perspectiva sociocrítica: Tiene énfasis en la importancia de la matemática a nivel sociedad, potenciando el pensamiento crítico para la resolución de problemas, y utilizando la modelación matemática en la sociedad.

Esta categoría tiene que ver también con la psicología discursiva y cultural, incluyendo el discurso en las actividades de modelación, lo que lleva a formar discusiones sobre diversos temas matemáticos, tecnológicos y reflexivos, lo cual es fundamental para el desarrollo y evidencia del pensamiento crítico.

Una perspectiva de la resolución de problemas de palabras: También se puede denominar como modelización contextual. Esta perspectiva se basa en la verbalización y la teoría, enfocado más allá de la resolución de problemas.

El estudio y análisis de los distintos enfoques dentro de la modelización y el proceso de pensamiento inmerso en las perspectivas y enfoques no es reciente, por lo que se han formalizado muchas teorías del aprendizaje o de la psicología cognitiva. Sin embargo, pensando en el análisis con enfoque cognitivo en la modelización no cumple con lo estipulado en las perspectivas ya dadas, por lo que es necesario crear una perspectiva nueva, ya que no desde hace muchos años hay estudios que permitan clasificar una perspectiva con enfoque cognitivo. A esta nueva perspectiva se le denota como meta perspectiva, enfocada más a una posición descriptiva, y no tanto a la modelización en la escuela. Su objetivo es analizar los procesos de modelización en distintos tipos y grados de complejidad.

De todas las perspectivas expuestas anteriormente, Blomhøj (2009) destaca una en particular que es más adecuada al momento de describir el enfoque de la modelización, hablando de la educación matemática crítica, la cual se denomina Perspectiva sociocrítica.

Como ya se mencionó, Kaiser (2006) comenta distintas dimensiones de objetivos para evaluar la modelización, de los cuales, hablando de la Perspectiva sociocrítica, los objetivos relacionados son los objetivos pedagógicos, basados en los enfoques sociocríticos de la sociología política.

Todas las perspectivas mencionadas se describieron y se clasificaron en los enfoques de modelización. De entre varios autores, Barbosa (2006) se clasificaba en la perspectiva sociocrítica.

Sus razones fueron que, a través de esta perspectiva, las habilidades desarrolladas se pueden utilizar para criticar los modelos matemáticos.

Otra de las clasificaciones importantes fue la propuesta por Kaiser y Sriraman (2006), en donde se aceptaron catorce trabajos. De estos catorce, tan solo tres de ellos fueron clasificados en la perspectiva sociocrítica. En estos, hay una particularidad, y es que los tres trabajos son de autores brasileños: Araújo (2008), Barbosa (2008) y Caldeira (2008).

Al analizar las clasificaciones existentes, y los trabajos realizados, se puede mostrar la diferencia que hay entre Brasil y el resto del mundo, a lo que la clasificación de perspectivas se refiere, viendo así que, en la comunidad de la modelización matemática, la perspectiva sociocrítica tiene un gran impacto en ese país, lo cual influye en el desarrollo de la investigación, y en las prácticas educativas realizadas.

Recalcar una influencia importante, que permite crear un espacio democrático dentro del aula, presente en el trabajo de Jacobini y Wodwotzki (2006). Esta corresponde a la “pedagogía emancipadora” propuesta por Paulo Freire, en la que profesores y alumnos poseen las mismas condiciones, por lo que se trabaja en un ambiente mucho más abierto al diálogo, este como la forma de comunicación, logrando así, que los estudiantes expresen el problema en el contexto oral.

La perspectiva sociocrítica de la modelización se puede acercar a la etnomatemática, cuya proximidad depende en parte del contexto, y no es necesariamente mundial y unánime.

Araújo (2002) comenta sobre una alta variedad de perspectivas presentes en la educación matemática sobre la modelización matemática, entonces se dificulta más que haya un consenso sobre la proximidad entre la modelización y la etnomatemática, ya que, dependiendo la perspectiva

y el enfoque, se puede adoptar de distintas maneras. Por lo tanto, es comprensible la conclusión de que no es una proximidad a nivel mundial. Con esto podemos concluir que, dependiendo las perspectivas, la modelización matemática y la etnomatemática pueden acercarse o alejarse. Passos (2008) también habla al respecto, diciendo que hay distintas formas de entender y abordar la etnomatemática.

Hay diversas formas de entender y trabajar la modelización matemática, depende de varios factores la forma en que se aplique e interactúe. Independientemente de la forma, Blomhøj (2009) le da mucha importancia a la cultura y contexto que se presenta para los estudiantes, teniendo en cuenta esto para la enseñanza de las matemáticas. Si no se tomara importancia al contexto, los alumnos no podrían criticar el papel de las matemáticas en la sociedad en la que se encuentran, y se debe lograr que ellos sean conscientes de su papel en la construcción de la realidad, valorando sus propias realidades, cuestionando la relación de estas con la modelación matemática.

Las matemáticas, ya sea que se trabajen con la modelización matemática o no, se presentan como un gran edificio que tiene caminos únicos, que es necesario pasar por el piso uno para llegar al piso dos, entendiendo estos caminos como soluciones irrefutables e incuestionables, organizadas de tal manera, que una materia o contenido es prerequisite para comprender la siguiente. Esta estructura, encasilla al pensamiento que no hay otra manera, y que el conocimiento es neutral e igual en cualquier parte del mundo, dejando de lado el contexto, los valores y culturas, y que, por tanto, no lleva intereses de carácter humano. Esto se ve dentro del aula, cuando al estudiante se le pide que explique resultados directamente, ya dados por el procedimiento que está estipulado de antemano, llegando a una única respuesta.

Se sabe que las matemáticas forman parte importante del desarrollo tecnológico. Lo que no se sabe, y debería ser importante saberlo viendo los tiempos modernos con el uso tecnológico, es cómo y cuáles son los modelos matemáticos que se usan en el proceso, cómo se produce y el paso de las matemáticas a la tecnología.

Una forma de entender el proceso de la modelización matemática es el proceso que explica Araújo (2002), diciendo que, dentro de la educación matemática, este proceso se entiende como un abordaje, tomando situaciones no matemáticas de la realidad, transformándola o adaptando la situación, a través de las matemáticas, a una situación matemática. Para que se logre todo el desarrollo, la situación debe ser elegida en grupos por los estudiantes, para luego, fundamentar el proceso del trabajo usando la cuestiones de la Educación Matemática Crítica.

Una armonía en la modelización con la etnomatemática se logra al reconocer las matemáticas como una construcción humana, dando suma importancia al contexto y las condiciones de cada lugar, teniendo en cuenta los valores, principios e intereses de cada cultura.

Capítulo 4: Modelación matemática en Latinoamérica

En un contexto educativo internacional existe un interés por la investigación en la modelación matemática donde sus inicios se encontraron Alemania y Reino Unido; sin embargo, existen trabajos de modelación en América Latina registrados desde los años noventa, incluso en el caso específico de Brasil se pueden observar desde los años setenta, siendo considerada una herramienta didáctica que permite al alumno estudiar los contenidos en base a la realidad que lo rodea. Huichahue, Borromeo y Mena (2018) y Solares et al (2018). Cuya realidad es entendida como el conjunto de hechos y fenómenos natural, social, cultural y emocional donde están relacionados. Además, encontramos la importancia del uso de tecnologías en diferentes contextos en la educación matemática Villareal y Mina (2020). Dentro de la rutina escolar de un alumno en su recorrido educativo, los problemas de modelación tienen un alcance positivo ya que, entre los seguimientos que poseen este tipos de actividades permite crear un ambiente que propicia al estudiante poder participar en el aprendizaje de las matemáticas y la motivación por el estudio de donde construyen una imagen adecuada de esta ciencia en relación a su utilidad dentro de su realidad; asimismo, promueve el conocimiento que se da en las actividades de modelación Villareal, et al (2017). En diferentes países, el trabajo en base a proyectos mediante modelización ha traído consigo alumnos más íntegros dentro de la sociedad, donde no solo pueden enfrentar los problemas, sino también resolverlos. Incluyendo la toma de decisiones o también plantear nuevos problemas (Griffiths y Howson, (1974); Gómez, (1998); Aravena (2001) citado por Aravena, Caamaño, Giménez (2008)).

Dentro de la modelación matemática, el uso de tecnologías permite facilitar el proceso de aprendizaje, donde se considera un conjunto de teorías y técnicas que permiten aprovechar el

conocimiento científico (Cordero, 2006). El uso de dichas tecnologías permite al estudiante ser más independiente en el aprendizaje, incluso desarrollar habilidades como búsqueda de información e interés en el contenido de la clase. En el aula existen 3 instancias donde la tecnología queda al servicio de la modelación matemática: planteamiento de la situación, elaboración del modelo y vincular los resultados con la realidad (Rodríguez y Quiroz (2015) citado por Zaldívar, Quiroz y Medina (2017)).

En Latinoamérica encontramos diversos autores que plantean distintas líneas investigativas referentes a la modelación matemática. En una investigación realizada por Solares et al (2018) identifica 66 publicaciones de una base de datos de 485. Entre ellos se caracterizan publicaciones en distintos idiomas, contribuciones en revistas como *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (41 contribuciones) y *ICTMA* (11 Contribuciones). Para comenzar tenemos a Villareal y Mina (2020) donde nos presenta no solo la importancia de la modelación matemática, si no también hace un énfasis en un ambiente grato para el estudiante y el uso de tecnologías como un complemento dentro de la enseñanza.

Arrieta y Diaz (2013) muestran la modelación matemática de una perspectiva más social y cómo lo conecta con la realidad del estudiante, separando la escuela de su entorno, también, separando la modelación matemática entre 2 entes: el modelo y el modelado y cómo interactúan mediante el dipolo modélico, esta investigación concluye con la entrega de varios puntos de vista frente a la modelación entre los que podemos resaltar el vínculo estrecho entre la matemática y el mundo real, la intención de la modelación como construcción de conocimientos y la escala de modelos como instrumentos es variada. Desde el punto de vista social concuerda con lo que plantea Cordero (2006), abordando desde punto de vista de la socioepistemología, plantea cambios

curriculares para la enseñanza de la matemática abordándolo desde una perspectiva más útil, es decir, más ligado a la realidad propia del estudiante. Resignifica el conocimiento en base un equilibrio entre la práctica y teoría. Incluyendo la relación con el uso de tecnologías.

Aravena, Caamaño y Giménez, (2008) y Aravena y Caamaño, (2007) reflejan la importancia de la modelación matemática mediante distintos aspectos como interpretación del problema, matematización, aplicación y verificación del modelo y la comunicación e incluye además implicaciones didácticas de las cuales cabe señalar: poder integrar la matemática desde un punto de vista más útil, entender de manera más fácil los fenómenos mediante la descripción de relaciones científicas, dar significado a los conceptos matemáticos, fomenta el interés por la matemática, fortalece el trabajo de equipo y prepara a los alumnos para enfrentar y superar dificultades (Aravena, Caamaño y Giménez, 2008).

D'Ambrosio (2009) complementa desde un punto de vista histórico y filosófico abarcando desde la construcción del conocimiento, la voluntad del hombre de procesar la información para resolver un problema y responder a la realidad como estímulo de la acción. Concluye con una crítica hacia los métodos evaluativos que obstaculizan la resolución de problemas de los alumnos. Villa-Ochoa, Rosa y Gavarrete (2018), al igual que otros autores, plantea el modelamiento matemático a partir de la relación entre la realidad y las matemáticas, en sus palabras expone que la relación ha abierto líneas investigativas intentado reproducir la actividad matemática que realiza la modelación. Si bien comenta que la modelación es un vínculo como el comentado anteriormente, también puede presentarse como ambiente en el que no solo se aprende matemáticas, sino también, el estudiante desarrolla la capacidad de enfrentarse a diversas

situaciones permitiéndoles presentar, analizar, modelar y tomar decisiones respecto a cada situación.

Para Biembegut (2004), con la modelación matemática se espera lograr en el alumno: la integración de las matemáticas con otras áreas de conocimiento, el desarrollo del uso de la tecnología, capacidad de trabajar en grupo, resolver problemas, leer e interpretar situaciones, etc. puntos de vistas observados en las bases curriculares de 7° básico a 2° medio (2015), donde en el objetivo general de la educación media. incluye en uno de sus apartados “El comprender y aplicar conceptos, procedimientos y formas de razonamiento matemático para resolver problemas numéricos, geométricos, algebraicos y estadísticos, y para modelar situaciones y fenómenos reales, formular inferencias y tomar decisiones fundadas” (p.14).

Para Ortiz (2002) la modelación amplía el conocimiento didáctico, desarrolla el pensamiento del futuro docente y crea un espacio de reflexión en la construcción del conocimiento matemático y le permite relacionar el contexto del alumno con las matemáticas. De esta forma, ayuda a los estudiantes a darse cuenta que las matemáticas escolares se pueden utilizar para comprender, describir y explicar la realidad.

Como se mencionó anteriormente, la modelación organiza la selección, el diseño y la disposición de las tareas. Como parte del proceso de formación inicial de un profesor de matemáticas, este proceso requiere el desarrollo de habilidades. Las competencias que los docentes del curso son capaces de desarrollar al reflexionar sobre el uso de la modelación como estrategia didáctica, se describen en Mora y Ortiz (2012) y Mora (2014) y se citan a continuación.

- Reconocer fenómenos en diferentes contextos, relacionados al concepto.

- Identifica situaciones de diferentes áreas de conocimiento o temas relacionados con el contenido, donde se puede utilizar la modelación.
- Identifica situaciones de la vida real en las que se puede utilizar la modelación, vinculándolo a contenidos matemáticos específicos.
- Separa de una situación real, las propiedades y características que permite la construcción del modelo para aproximarla a ésta.
- Determinar el contenido, conceptos, características y estrategias de las matemáticas escolares que conducen a los resultados a partir del modelo.
- Incluye la modelación en el planteamiento de situaciones u oportunidades de aprendizaje.
- Escoge cómo usar la modelación matemática para diseñar tareas u oportunidades de aprendizaje.
- Desarrolla pruebas y preguntas sobre situaciones de la vida real, para ser utilizadas como punto de partida en el proceso de modelación matemática.
- Diseña actividades de exploración e investigación que muestren diferentes contenidos matemáticos académicos, lo que permite a los estudiantes usar modelación.

Dentro las experiencias educativas realizada en aula podemos destacar en la ciudad de Córdoba que tenían como objetivo “estudiar la variación de la altura de nivel del agua en recipientes de diferentes formas, en función del volumen de líquido ingresado en los mismos”

(p.799), donde contaban con los recursos y ambientes necesarios para el desarrollo de la actividad durante el tiempo que fuese requerido. En ellos se concluyó los aportes que realizó con trabajos en proceso de modelización donde al igual que nuestro estudio, la investigación reportada por Molina, Villa Ochoa y Suárez (2018) citado por Villareal y Mina (2020) dan cuenta de la importancia de generar escenarios donde el proceso de modelización sea el objeto de estudio. Aravena y Caamaño (2008) trabajando con modelación matemática en la comuna de Talca, Chile, realizan un estudio con 98 estudiantes procedentes de 3 liceos municipalizados donde se validaron los instrumentos por expertos a nivel nacional e internacional. Dentro de los instrumentos venían un pretest y un post test, cuyos resultados presentados dieron diferencias significativas. Donde se detectaron falencias en la organización e interpretación de la información, la matematización, la aplicación de conceptos y la comunicación matemática; finalmente fueron corregidas mediante la actividad realizada.

4.1. Modelación matemática en Chile

En el caso particular de Chile, podemos mencionar que los objetivos generales de la Educación Media, regulada por la Ley General de la Educación a partir del año 2009, enfatiza el desarrollo de conocimientos, habilidades y actitudes en 2 ámbitos: uno en el ámbito social y personal y el otro en conocimiento y cultura (bases curriculares de 7° a 2° medio, 2020).

Dentro de las bases curriculares de séptimo año a segundo medio, los principios formativos permiten al estudiante desarrollar habilidades como: resolver problemas, modelar, representar y argumentar y comunicar. En los niveles de séptimo y octavo básico la habilidad de modelar abarca lo siguiente:

OAH h: Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.

OAH i: Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >, <, = c$, con $a, b, c \in \mathbb{N}$, comparando dependencias lineales.

OAH j: Evaluar la pertinencia de modelos: En relación con el problema presentado, Considerando sus limitaciones.

En primero medio y segundo medio la habilidad modelar abarca:

OAH h: Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.

OAH i: Seleccionar modelos e identificar cuando dos variables dependen linealmente o afínmente en un intervalo de valores.

OAH j: Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.

OAH k: Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.

Donde el concepto de modelación lo define como: “Construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla; asimismo, ese modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos,

fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones”(p.98), si bien en las bases curriculares son distintas en comparación con las de 3° y 4° medio se aplican los mismos objetivos de aprendizaje desarrollando las mismas habilidades y el concepto de modelar no cambia. Sin embargo, dentro de la habilidad modelar en los 2 últimos niveles de enseñanza media abarca:

OAH e: Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema. Y tomar decisiones fundamentadas.

OAH f: Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

En cuanto a los objetivos de aprendizaje de tercer año medio plantea “Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contratación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales” (p.110) y en cuarto año medio: “Construir modelos de situaciones o fenómenos de crecimiento, decrecimiento y periódicos que involucren funciones potencias de exponente entero y trigonométricas $\sin(x)$ y $\cos(x)$, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales”(p.111).

Capítulo 5: Formación Inicial de profesores de matemática

Si uno de los puntos importantes es mejorar la educación, debe tomar protagonismo la formación de docentes, debido a que durante este proceso se van renovando continuamente las prácticas dentro del aula, se reflexionan sobre las tradiciones en la enseñanza y se abre el conocimiento tanto para el ámbito pedagógico como para el disciplinar; sin embargo, es uno de los elementos más débiles del sistema educativo ya que, la formación profesional docente utiliza programas antiguos y estrategias de enseñanza basados en la rutina. Es por esto que el eje central de la educación debe centrarse en la formación inicial de profesores, si el objetivo es lograr cambios. Para que la enseñanza sea de calidad el profesor debe poseer un perfil social basado en una buena comunicación con los alumnos, actitud profesional y la voluntad de seguir adquiriendo nuevos conocimientos en su campo para aplicarlo en el aula (Latapi (2003); Estrada, Batanero y Fortuny (2004) y Alsina (2007) citado por Zaldívar, Quiroz y Medina (2017)).

Durante los últimos años se observó un gran avance en los softwares educativos en conjunto con objetos matemáticos que puedan manipularse de manera directa, como visualizar situaciones o simulaciones; sin embargo, en la formación docente no acompañan las necesidades formativas que necesitan cada uno de ellos para poder ejecutarla, debido a la complejidad del trabajo del profesor en ambientes informáticos se requiere que el docente posea nuevas competencias técnico- didáctico-matemáticas (Cuban, Kirkpatrick y Peck (2001); Hoyles et al, (2006); Ruthven y Hennessey, (2002), Wallace (2004), Artigue 2002; Trouche, 2005 y Monaghan, (2004). Citado por Gómez-Chacón (2011)).

5.1. Formación Inicial de profesores en el sistema educativo chileno

En Chile, el sistema de desarrollo profesional docente para el área de matemática está basado en los Estándares de la Profesión Docente, que son definidos como “aquellas pautas que explicitan y definen el conjunto de habilidades, conocimientos y disposiciones que debe tener un profesional de la educación una vez finalizada su Formación Inicial” (Decreto 309, 2017, p.9) y buscan como objetivo en la formación docente aprendizajes significativos, complejos y desafiantes de todos los estudiantes en el establecimiento.

Los estándares pedagógicos hacen referencia a los conocimientos y habilidades que los profesores deben demostrar dentro del aula para que los alumnos participen de los distintos procesos educativos durante todo su proceso escolar, por otra parte, los estándares disciplinarios enfatizan en el conocimiento que debe tener el docente dentro de la disciplina en la que se especializó, incluyendo el saber didáctico.

Dentro del documento se desprenden 6 principios fundamentales dentro de las cuales están:

- Hace referencia a la profesión docente y su proceso de formación.
- Hace entender al proceso de enseñanza acción de alta complejidad, cuyos conocimientos, habilidades y valores orientan la toma de decisiones.
- Presenta los estándares de la profesión docente como una expectativa valórica que influye en la institución y en la sociedad.
- Objetivos que son requeridos en los futuros profesores.

- Actuar docente en base al desarrollo de los estándares para la carrera de Pedagogía en base a marco de la buena enseñanza.
- Elaboración de estándares con el objetivo de ser una base en la formación de cada docente con su respectivo sello.

Con esto, los estándares buscan actualizarse a los cambios que ocurren en la educación con el fin de ir constantemente adaptándose a los programas de formación docente. Por otra parte, el Marco para la Buena Enseñanza hace alusión a la formación docente en uno de los dominios, más específicamente en el Dominio D: Responsabilidades Profesionales donde hace referencia a 3 estándares que son: Ética profesional (Estándar 10), Aprendizaje profesional continuo (estándar 11), Compromiso con el mejoramiento continuo de la comunidad escolar (estándar 12). Si bien, todos los dominios presentados en el Marco para la Buena Enseñanza se vinculan de manera que el docente a través de la reflexión continua pueda aplicarlo a la realidad que posee cada estudiante dentro del establecimiento. El docente debe proteger los derechos de todos los estudiantes y del establecimiento comprometiéndose con su continuo aprendizaje pedagógico y disciplinar asumiendo las responsabilidades con los estudiantes, docentes, directivos, familias y apoderados por el logro de los objetivos institucionales.

Si observamos los objetivos de aprendizaje específicamente en el tema de “Función Exponencial y Función Logarítmica” tomando en cuenta el objetivo de aprendizaje 3 que habla sobre: “Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales” (p.110) los estándares de la

profesión docente permiten identificar los requerimientos que debe tener el profesor o la profesora para que pueda abordarlo de manera más eficiente posible. Con respecto al conocimiento disciplinar el docente debe ser capaz de:

“Resuelve problemas y modela fenómenos de crecimiento y/o periódicos con las funciones exponencial, logaritmo y trigonométricas en colaboración con docentes de otras disciplinas como Economía y Ciencias Naturales y utilizando herramientas digitales” (Estándares de la profesión docente, 2021, p.80).

Si bien, lo anterior tiene relación con los estándares mencionados anteriormente, la didáctica disciplinar presenta la capacidad que tiene el docente de:

- Incentiva, en colaboración con docentes del área de Ciencias, que sus estudiantes trabajen en grupo en la modelación del crecimiento de poblaciones de especies, por ejemplo, que expliquen a sus pares las decisiones y procedimientos utilizados y contrasten los distintos modelos obtenidos por cada grupo.
- Escucha en forma activa las explicaciones que un grupo de estudiantes da sobre los supuestos que han hecho para modelar un fenómeno periódico y, en base a ello, formula preguntas para que el grupo discuta sobre la validez de estos supuestos.
- Diseña actividades de resolución colaborativa de problemas que integren herramientas digitales dinámicas para el análisis de funciones, para que sus estudiantes conecten las representaciones algebraicas y gráficas, usen parámetros y planteen generalizaciones.

Capítulo 6: Marco Metodológico

La investigación buscar medir los conocimientos disciplinares de los profesores en su formación inicial dentro de la universidad enfrentándose a ejercicios basados en modelación matemática mediante un instrumento evaluativo. La descripción de enfrentamiento de los docentes en formación con el fin obtener una perspectiva más ampliada de las necesidades educativas que se exigen, categorizan la investigación como cualitativa, ya que para Straus y Corbin (2002) citado Ñaupas, Valdivia, Palacios, Romero (2018) una investigación cualitativa “es la que se desarrolla mediante procedimientos no estadísticos y otros medios de cuantificación” (p.375).

6.1. Población y Muestra

La población seleccionada son los estudiantes de segundo año de la carrera Pedagogía en Educación Media en Matemática, cuyos sujetos de estudio fueron los participantes de la clase de Didáctica del Álgebra. Con un total de 13 alumnos de 17 que pudieron asistir de manera presencial y responder el instrumento.

6.2. Recolección y validación de datos

El plan de formación general de 3° medio presenta un listado de ejercicios donde en la unidad 2: “Hacer predicciones acerca de situaciones utilizando modelos matemáticos” (p.60). presenta un listado de ejercicios de función exponencial y función logarítmica basados en modelamiento matemático. Al que profesor en conjunto con los miembros de la investigación selecciono y reestructuró 2 situaciones para poder incorporadas en el instrumento evaluativo, dicho documento está formado por 4 apartados: Seminario de Investigación, Consentimiento Informado (observar Anexo 4), Situación 1 y Situación 2. En el primer documento presenta a los miembros

investigadores y el objetivo principal, en el segundo documento presenta la voluntad propia del alumno de participar en la investigación, el tercer y cuarto documento equivalen a los ejercicios presentados a los alumnos correspondiente a función exponencial y logarítmica respectivamente. Cuya validación estaba a cargo de un panel de expertos que presentaron su aprobación para implementarlos en la población seleccionada.

Los resultados presentados por los alumnos serán medidos en base a una pauta de observación que abarca distintos criterios para ambas situaciones, donde cada uno será valorado en base a escala de puntuación, todo esto realizado por los miembros de la investigación respaldado por profesores expertos en el área. Se tomarán todos los comentarios y se otorgara un puntaje de acuerdo con todos los puntos en común de cada miembro.

6.3. Pauta de observación

Dicho instrumento evaluativo fue medido mediante una pauta de evaluación, donde se tomaron distintos indicadores que permitieron tener varios puntos de observación, tanto la situación 1 como la situación 2 albergan algunos indicadores en común y otros distintos. Todos ellos resumidos en las tablas presentadas a continuación.

Tabla 1

Distribución de los ejes en la pauta de evaluación (Situación 1).

Situación 1 (Función Exponencial)	Ejercicio A	Datos
		Identificación de variables
		Ejes (Simetría)
		Grafico
		Identificación de la curva
		Presenta solución de manera Escrita
	Ejercicio B	Datos
		Expresión algebraica
		Validación del modelo
		Presenta solución de manera escrita
	Ejercicio C	Proyección
		Comunicación de la proyección
		Presenta solución de manera escrita
	Ejercicio D	Proyección
		Comunicación de la proyección
		Presenta solución de manera escrita
	Ejercicio E	Proyección
		Comunicación de la proyección
Presenta solución de manera escrita		

Fuente Elaboración Propia

Tabla 2*Distribución de los ejes en la pauta de evaluación (Situación 2).*

Situación 1 (Función Exponencial)	Ejercicio A	Identificación de los datos
		Identificación de variables
		Expresión algebraica (Función)
		Validación del modelado
		Presenta solución de manera escrita
	Ejercicio B	Proyección
		Comunicación de la proyección
		Presenta solución de manera escrita
	Ejercicio C	Proyección
		Comunicación de la proyección
		Presenta solución de manera escrita
	Ejercicio D	Proyección
		Comunicación de la proyección
		Presenta solución de manera escrita
	Ejercicio E	Proyección
Comunicación de la proyección		
Presenta solución de manera escrita		

Fuente Elaboración Propia

6.4. Aspectos específicos de los indicadores evaluativos

De manera más específica los indicadores considerados en la situación 1 se definen de la siguiente manera

- Datos: Correcta identificación de los datos del enunciado
- Identificación de variables: Correcta identificación de las variables del enunciado
- Ejes: Correcto uso de datos en el eje de las abscisas y las ordenadas
- Gráfico: Valoración general del gráfico
- Identificación de la curva: Identifica que la gráfica es exponencial

- Expresión algebraica: La expresión algebraica tiene sentido y utiliza los datos entregados
- Validación del modelo: El modelo creado cumple el objetivo requerido
- Proyección: El estudiante utiliza correctamente el modelo para responder nuevas preguntas
- Comunicación de la proyección: El estudiante desarrolla correctamente el ejercicio para llegar a un resultado
- Presenta solución de manera escrita: El estudiante escribe la solución a la pregunta al final del ejercicio

En relación con la situación 2, los indicadores son:

- Identificación de los datos: Correcta identificación de los datos del enunciado
- Identificación de variables: Correcta identificación de las variables del enunciado
- Expresión algebraica (Función): La expresión algebraica tiene sentido y utiliza los datos entregados
- Validación del modelo: El modelo creado cumple el objetivo requerido
- Proyección: El estudiante utiliza correctamente el modelo para responder nuevas preguntas
- Comunicación de la proyección: El estudiante desarrolla correctamente el ejercicio para llegar a un resultado
- Presenta solución de manera escrita: El estudiante escribe la solución a la pregunta al final del ejercicio

6.5. Escala de puntuación

Cada indicador les corresponde un puntaje acorde a las respuestas de alumno, dicha pauta de revisión para los instrumentos evaluativos será presentada:

Tabla 3

Puntajes para pauta de evaluación

Puntaje	Indicador
3	El alumno presenta el ítem completo dentro del ejercicio.
2	El alumno presenta el ítem desarrollado sin concluir o mayoritariamente correcto.
1	Identifica los datos más importantes extraídos del enunciado, sin desarrollo o expresa erróneamente el planteamiento de la situación entregada.
0	No se observa desarrollo.

Fuente: Elaboración Propia.

El resultado nos permitirá obtener un punto de vista más claro sobre cómo enfrentan los problemas en base a modelación matemática los alumnos de la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática.

Capítulo 7: Análisis de Resultados

El instrumento evaluativo consta de 2 ejercicios basados en modelación matemática, donde se abarco la función exponencial y logarítmica con un puntaje total de 108 puntos de una muestra de 13 alumnos de la carrera Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción los resultados fueron los siguientes.

Tabla 4
Resultados del instrumento evaluativo

códigos referidos a los alumnos participantes	Puntaje obtenido
001	34
002	55
003	34
004	21
005	21
006	50
007	60
008	16
009	16
010	42
011	11
012	27
013	19

Fuente: Elaboración Propia

El instrumento evaluativo se divide en el primer ejercicio que abarca función exponencial y en el segundo ejercicio relacionado con función logarítmica. Si desplegamos la tabla podemos observar los siguientes resultados:

Tabla 5*Resultados del instrumento evaluativo (por situaciones)*

Códigos referidos a los alumnos participantes	Puntaje obtenido situación 1	Puntaje obtenido situación 2
001	33	1
002	14	41
003	28	6
004	21	0
005	6	15
006	18	32
007	24	36
008	14	2
009	16	0
010	18	24
011	6	5
012	7	20
013	3	16

Fuente: Elaboración Propia

Los resultados presentes permiten obtener un diagnóstico previo sobre la resolución de problemas mediante modelación matemática en la formación inicial de profesores de matemática, tomando en cuenta que son alumnos en un nivel universitario. Dentro de los principales obstáculos que poseen los alumnos podemos destacar: Elaboración del gráfico, comprobación del modelo, presentación de una respuesta formal, desarrollo de expresiones algebraicas.

7.1. Comprobación del modelo

En el instrumento evaluativo los enunciados que pedían validación o comprobación del modelo son situación 1 ejercicio B y situación 2 ejercicio A, observando que pocos alumnos respondieron la pregunta, incluso de lo que respondieron poco dedicaron tiempo a comprobar si el modelo correspondía con el enunciado escrito en el problema.

Imagen 1

Respuesta Alumno 003, Situación N°1, Ejercicio B

Handwritten work on grid paper showing a sequence of calculations for area growth over days. The work is as follows:

dia 1
b) $20m^2 \cdot 1 + \frac{20m^2}{4} = 25m^2$ $25: 4 = 6,25$

dia 2
 $25m^2 + \frac{25m^2}{4} = 31,25m^2$

dia 3
 $31,25m^2 + \frac{31,25m^2}{4} = 39,062$

⋮

Se puede representar el crecimiento como

$$n + \frac{n}{4} \Rightarrow n \left(1 + \frac{1}{4}\right)$$

luego, conociendo $K \cdot q^{t+c} \rightarrow$ fórmula que describe crecimiento

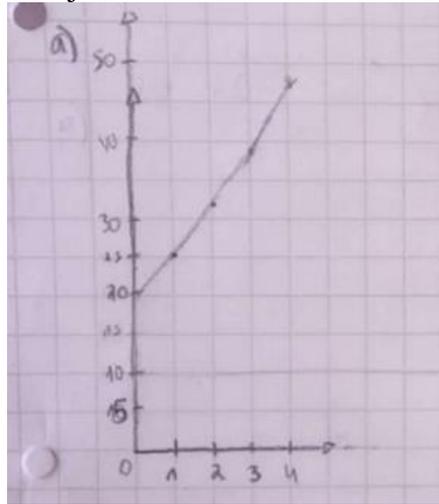
Fuente: Elaboración Propia

7.2. Elaboración del gráfico

La elaboración del gráfico dentro de la pauta de evaluación contempla: eje (simetría), gráfica e identificación de la curva, donde aparece en la situación 1 ejercicio A. Si bien la gran parte de los estudiantes pudo completar el gráfico se identifican detalles en el desarrollo como por ejemplo a la asimetría de los ejes observado en la imagen 2.

Imagen 2

Respuesta Alumno 008, Situación N°1, Ejercicio B



Fuente: Elaboración Propia

Por otra parte, a pesar que el crecimiento sea exponencial la curvatura del gráfico no correspondía con la información dada por la situación.

Imagen 3

Respuesta Alumno 003, Situación N°1, Ejercicio B

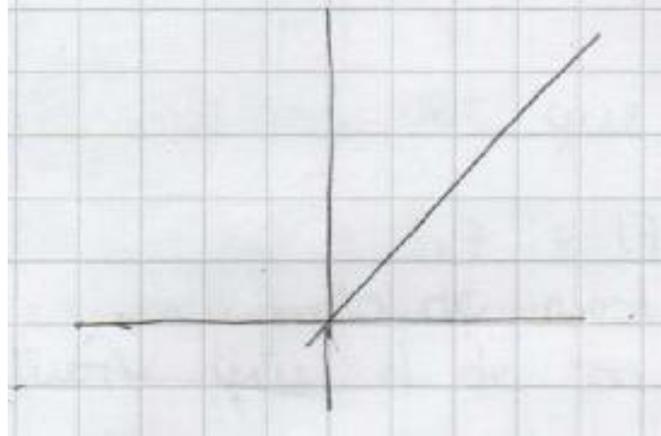


Fuente: Elaboración Propia

Agregando a lo anterior podemos identificar errores con los tipos de crecimiento en varios de los estudiantes, una muestra de lo menciona es lo siguiente.

Imagen 4

Respuesta Alumno 005, Situación N°1, Ejercicio B



Fuente: Elaboración Propia

Incluyendo a los alumnos que no pudieron graficar la situación 1, los alumnos presentan dificultades en la modelación de una situación mediante una representación gráfica mediante la recolección de datos presentes en una situación

7.3. Presentación de una respuesta formal

Siendo problemas con modelación matemática, se vio una nula capacidad de entregar una respuesta formal a la pregunta, una línea que separa la educación tradicional en contra de la modelación matemática. La importancia de darle un significado a las respuestas permite crear conciencia sobre lo que se está aprendiendo en la expresión algebraica, esto lo refleja Aravena (2008). Dentro de su experiencia educativa donde en los resultados destaca la matematización, la interpretación del problema la aplicación, verificación del modelo y la comunicación matemática.

7.4. Desarrollo de expresiones algebraicas en el proceso de modelado

Dentro de todos los ejercicios el reconocimiento de patrones numéricos en el enunciado permite determinar la expresión algebraica que representa la función, aunque se esperaba que los alumnos llegaran a la función mediante métodos algebraicos, la imagen 5 muestra el cálculo de manera aritmética, si bien pudo cumplir el objetivo igualmente valido en ambos casos se observa un dominio mayor sobre la aritmética que sobre el álgebra.

Imagen 5

Respuesta Alumno 005, Situación N°1, Ejercicio B

Inicio	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6
20 m ²	25 m ²	31,25 m ²	39,06 m ²	48,82 m ²	61,03 m ²	76,29 m ²

$n \times 0,25 + n$

$20 \times 1,25^n$

20 = cubierta de lenteja acuática inicial
1,25 = crecimiento diario
n = número de día

Fuente: Elaboración Propia

Conclusión

En este apartado se presentan las conclusiones del trabajo basado en modelación matemática con estudiantes de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción y se dan respuesta a cada uno de los objetivos planteados en el inicio de esta investigación.

Con respecto al objetivo específico 1: “Evaluar las producciones de los estudiantes en el proceso de construcción de modelos matemáticos bajo la perspectiva pragmática y el ciclo planteado por Pollak (1979)”, se evidenció que la aplicación del instrumento evaluativo en los estudiantes de pedagogía permitió visibilizar cómo enfrentan los problemas matemáticos que salen del marco tradicional. Si bien, ninguno de los alumnos que rindieron la evaluación logró el puntaje mínimo de aprobación, podemos diferenciar las distintas habilidades que algunos alumnos destacan y otras en las que no. El desarrollar este tipo de ejercicios permite en el estudiante conocer una matemática más concreta y así darle algún significado a diferencia de la educación tradicional del siglo XX; tal como indica Aravena (2007), quien critica que la educación secundaria chilena aplica los contenidos en un ámbito puramente matemático y no los relaciona con la vida cotidiana, enfatizando en la importancia de abordar el contenido en las diversas aproximaciones que se le da a la enseñanza de las matemáticas para mostrar sus relaciones con las distintas áreas de conocimiento (Hitt, 1998; Sierpiska, 1996, citado por Aravena (2007)).

Con la aplicación del instrumento evaluativo basado en una perspectiva pragmática, que daba soluciones a problemas de otras disciplinas, nos permitió identificar las principales dificultades que presentaron en sus resultados los alumnos de Pedagogía en Educación Media en Matemática participantes de la experiencia en trabajo de modelado matemática, dentro de las más

frecuentes son: la representación del gráfico, el proceso de modelado en conjunto con la recolección y presentación de la información, posiblemente como consecuencia de un contenido matemático presentado de manera separada de la realidad provocando que la aplicación directa no permita resolver este tipo de problemas. Dado el esquema 1, de Pollak (1979), los estudiantes presentan un obstáculo a la hora de realizar la transición proveniente del resto del mundo hacia los conceptos matemáticos, creando una brecha al modelar las situaciones planteadas, presentando inconvenientes con gráficos y tabulaciones correspondientes, esto se ve reflejado en la siguiente etapa la cual conlleva a su aplicación en la vida cotidiana.

Con respecto al objetivo específico 2: “Describir las relaciones que establecen los estudiantes en el trabajo basado en modelación matemática”, se puede indicar que las principales relaciones que se establecen tomando como énfasis las dificultades al momento de desarrollar las 2 situaciones, se pudieron evidenciar en el contenido matemático detrás del problema y la comprensión lectora detrás de cada ejercicio. Si bien, uno de los factores es el poco interés de los alumnos en el contenido matemático, para Biembengut y Hein (2004) y Bassanezi, (2002) citado por Álvarez y Patagua (2018) el objetivo es buscar alternativas que permitan mejorar el desarrollo de la clase dentro del aula. Es aquí donde surgen las distintas transformaciones que se les ha dado a la matemática para ser enseñada, aunque forzar los conceptos matemáticos para ser “divertidos” no cambia a una matemática útil (Alsina, 2007).

Con respecto al objetivo específico 3: “Describir los aportes del desarrollo de ejercicios de modelación matemática en la formación inicial de profesores de matemática”, se puede concluir que una de las alternativas viables son los problemas basados en modelamiento matemático, el objetivo principal de conectar la realidad con cada concepto matemático permitió que los

estudiantes comprender la utilidad del conocimiento, basado en sus propios intereses que posee, para desarrollarse como una persona íntegra en la sociedad, con el fin de resolver problemas. Los aportes de los problemas basados en modelación matemática en los estudiantes fueron: interpretar de mejor manera el problema, conocer de mejor manera las relaciones matemáticas dentro del enunciado, aplicación del modelo, verificación del modelo, la interpretación del enunciado y presentación de la información (Aravena y Caamaño, 2007). Aquí es importante manifestar que, la formación profesional docente debe estar equilibrada tanto en el ámbito didáctico como en el curricular, es por esto que los estándares pedagógicos para la profesión docente abarcan aspectos fundamentales que deben ser incluidos en la práctica como lo son ambiente favorable, estrategias de aprendizaje, aprendizaje social y emocional, sistema de apoyo saludable para el estudiante (Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para Carreras de Pedagogía en Matemática, 2021). Es por esto por lo que hacer visible este tipo de problemas mediante el instrumento permitió visibilizar ventajas en la enseñanza de la modelación matemática como estrategias de aprendizaje.

Finalmente, podemos mencionar que la educación está pasando por cambios a lo largo de los años y junto con ellos las nuevas generaciones de docentes deben tener las competencias y habilidades necesarias para formar estudiantes íntegros en la sociedad, cuya finalidad es que puedan resolver cualquier problema con los conocimientos adquiridos de las distintas disciplinas a lo largo de su recorrido por la educación media, mediante una enseñanza actualizada tanto en el ámbito disciplinar como en el pedagógico, por esta razón presentamos la modelación matemática como un método de enseñanza viable capaz de formar individuos autónomos e independientes.

Limitaciones

Dados los contextos educativos y sociales, que protagonizaron la población mencionada en el estudio. gran parte concuerda con la dificultad a la hora de diferenciar los aspectos solicitados, esto lleva a un obstáculo a la hora de plantear los puntos a revisar, por lo que el diferenciar entre una función y ecuación, su interpretación a la hora de modelar y su respectiva gráfica presenta vacíos en su ejecución o comprensión.

Si bien la muestra de la investigación son estudiantes de cuarto semestre de Pedagogía en Educación Media en Matemática realizaron gran parte de su formación dada la modalidad mencionada anteriormente, por lo que la atención y concentración dentro del proceso en formación puede ser más distractivo, aunque se dan las herramientas para adquirir dichos conocimientos el proceso de modelar conlleva un nivel mayor al realizar un ejercicio.

Dados los ciclos en los que se pueden evidenciar o modelar el proceso de modelación matemática una sola evaluación no determina si saben o no el contenido dada una situación determinada, por lo que dificulta la concepción de una conclusión sólida, este proceso se refleja de mejor manera mediante un seguimiento, en la cual incluya diversas situaciones, presentando las correcciones y sugerencia a considerar a la hora de realizar dichos ejercicios.

Proyecciones

En base a los resultados obtenidos en la investigación, cuyo objetivo la incorporación de ejercicios basados en modelamiento matemático en el aprendizaje de los estudiantes, si bien, la modalidad híbrida abarca parte de los procesos en formación dadas ciertas circunstancias no es del todo efectiva por la falta de concentración de los individuos que pueden llegar a presentar.

El estudio abre las puertas a emplear contenidos en base al modelamiento, ya que conecta lo abstracto con lo cotidiano, siendo más práctico para el estudiante visualizar y comprender los contenidos. Si bien en todas las unidades de dicha área se torna con cierto nivel de dificultad, el enfoque y propósito es el mismo, ser capaz de llevar a cabo un aprendizaje significativo para las nuevas generaciones, tanto en el aprender como en el enseñar. Como este proceso conlleva un nivel de complejidad mayor, por lo que un seguimiento de los progresos sería lo más efectivo, no solo en la educación profesional si no también en la escolar, ya que con ello se abren más oportunidades de enlazar de forma cognitiva con los alumnos dejando de lado los diversos contextos que se pueden presenciar.

Índice de tablas, figuras y esquemas.

Figura 1	<i>Ciclo de modelado según Pollak</i>	18
Figura 2	<i>Ciclo de modelado de Blum/Leiss</i>	23
Tabla 1	<i>Distribución de los ejes en la pauta de evaluación (situación 1)</i>	46
Tabla 2	<i>Distribución de los ejes en la pauta de evaluación (situación 2)</i>	47
Tabla 3	<i>Puntajes pauta de evaluación</i>	49
Tabla 4	<i>Resultados instrumentos evaluativo</i>	50
Tabla 5	<i>Resultados instrumentos evaluativo (por situaciones)</i>	51
Imagen 1	<i>Respuesta alumno 003, situación 1, ejercicio B</i>	52
Imagen 2	<i>Respuesta alumno 008, situación 1, ejercicio B</i>	53
Imagen 3	<i>Respuesta alumno 003, situación 1, ejercicio B</i>	53
Imagen 4	<i>Respuesta alumno 005, situación 1, ejercicio B</i>	54
Imagen 5	<i>Respuesta alumno 005, situación 1, ejercicio B</i>	55

Anexos
Anexo 1:” Pauta de Observación situación 1 (Función Exponencial)”

Alumno	Situación 1																		
	a						b				c			d			e		
	Datos	Identificación de variables	Eje (simetría)	Grafica	Identificación de la curva	Solución escrita	Datos	Expresión algebraica	Validación del modelo	Solución escrita	Proyección	Comunicación de proyección	Solución escrita	Proyección	Comunicación de proyección	Solución escrita	Proyección	Comunicación de proyección	Solución escrita
001																			
002																			
003																			
004																			
005																			
006																			
007																			
008																			
009																			
010																			
011																			
012																			
013																			

Anexo 2: “Pauta de observación situación 2 (Función Logarítmica)”

Alumno	Situación 2																	
	a						b			c			d			e		
	Datos	Identificación de variables	Eje (simetría)	Expresión algebraica. (Función)	Validación del Modelo	Presenta solución escrita	Datos	Validación del modelo	Solución escrita	Proyección	Comunicación de proyección	Solución escrita	Proyección	Comunicación de proyección	Solución escrita	Proyección	Comunicación de proyección	Solución escrita
001																		
002																		
003																		
004																		
005																		
006																		
007																		
008																		
009																		
010																		
011																		
012																		
013																		

Anexo 3: “Progresiones de Objetivos de aprendizaje desde 7° básico a 2° medio”

	7° Básico	8° Básico	1° Medio	2° Medio
Unidad 1: Números	<p>OA5: Utilizar potencias de base 10 con exponente natural: Usando los términos potencia, base, exponente, elevado. Definiendo y usando el exponente 0 en el sistema decimal. Expresando números naturales en notación científica (sistema decimal). Resolviendo problemas, usando la notación científica.</p> <p>Indicadores</p> <ul style="list-style-type: none"> Representan potencias de base 10 de manera concreta, pictórica y simbólica. Reconocen potencias como productos de factores iguales, identificando la base y el exponente. Transforman potencias de base 10 en números naturales y viceversa. Descomponen números en potencias de base 10. Identifican los valores posicionales del sistema decimal como potencias y completan tablas posicionales. Describen la relación entre los números escritos en sistema métrico decimal y su notación científica. Resuelven problemas que involucra notación científica. 	<p>OA3: Explicar la multiplicación, la división y el proceso de formar potencias de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.</p> <p>Indicadores.</p> <ul style="list-style-type: none"> Representan potencias de base y exponente natural hasta 3 con material concreto, como candados con clave de dígitos, trompo poligonal con números, dados didácticos, diagramas de árbol, etc. Representan pictóricamente la multiplicación de potencias de igual base o de igual exponente natural hasta 3. Representan la división de potencias de igual base o de igual exponente natural hasta 3. Descubren, comunican y aplican las propiedades de la multiplicación y división de potencias, incluyendo el significado del exponente cero, en forma pictórica o simbólica. Representan la potencia de potencias de manera concreta (combinación de máquinas que amplifican imágenes). Relacionan situaciones reales con multiplicación, división y potencias de potencias. Resuelven ejercicios rutinarios, aplicando la multiplicación, la división y la potenciación de potencias. 	<p>OA2: Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero: -Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes. -Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades. -Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.</p> <p>Indicadores.</p> <ul style="list-style-type: none"> Reconocen que la potencia de potencia es una multiplicación iterativa. Reconocen el significado del exponente 0 y de los exponentes enteros negativos. Aplican las propiedades de la multiplicación, la división y la potenciación de potencias en ejercicios. Modelan procesos de crecimiento y decrecimiento en Economía y en Ciencias Naturales. Resuelven problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, relacionados con potencias de base racional y exponente entero. 	<p>OA2 Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos: -Comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica. -Convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa. -Describiendo la relación entre potencias y logaritmos. -Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas.</p> <p>Indicadores</p> <ul style="list-style-type: none"> -Relacionan y caracterizan las raíces por medio de potencias de exponente racional. -Derivan y determinan propiedades relativas a multiplicaciones y divisiones con raíces. -Resuelven problemas que involucren raíces y números racionales. -Establecen relaciones entre potencias, raíces y logaritmos. -Comparan representaciones de potencias con exponente racional, con raíces enésimas, y las representan en la recta numérica. -Explican la relación entre potencias y logaritmos. -Convierten desde un tipo de registro a otro; es decir, desde potencias a raíces y viceversa, y desde potencias a logaritmos y viceversa. -Resuelven problemas rutinarios y no rutinarios que involucran logaritmos.

Unidad 1: Números (Habilidades y Actitudes)	<p>Habilidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● OAH k: Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros) ● OAH d: Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. <p>Actitudes: MA07 OAA C Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>	<p>Habilidades:</p> <p>Resolver problemas: OAH a: Resolver problemas utilizando estrategias tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • destacar la información dada • usar un proceso de ensayo y error sistemático • aplicar procesos reversibles • descartar información irrelevante • usar problemas similares <p>Representar OAH k: Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).</p> <p>OAH l: Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.</p> <p>Argumentar y comunicar: OAH d: Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. OAH f: Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplo</p> <p>Actitudes: MA08 OAA C Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>	<p>Habilidades: OAH a: Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Simplificar el problema y estimar el resultado. -Descomponer el problema en subproblemas más sencillos. -Buscar patrones. -Usar herramientas computacionales. <p>OAH b: Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.</p> <p>Actitudes: MA1M OAA C: Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. MA1M OAA D: Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>	<p>Habilidades: OAH f: Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de los enunciados. OAH j: Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad.</p> <p>Actitudes: MA2M OAA C: Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. MA2M OAA D: Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>
---	--	---	---	---

	7° Básico	8° Básico	1° Medio	2° Medio
Unidad 2: Álgebra	<p>OA 9: Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:</p> $ax = b; \frac{x}{a} = b \quad (a, b \text{ y } c \in \mathbb{N}; a \neq 0)$ <p>Indicadores</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Representan transformaciones equivalentes mediante modelos concretos de balanzas: agregar o sacar objetos. ● Resuelven ecuaciones e inecuaciones en ejercicios rutinarios, aplicando transformaciones equivalentes. ● Modelan situaciones de la vida diaria con ecuaciones de la forma $ax = b$ o $\frac{x}{a} = b, a \neq 0$. ● Modelan situaciones de la vida diaria con inecuaciones de la forma $ax < b; ax > b; x/a < b; x/a > b, a \neq 0$. ● Representan la solución de las ecuaciones o inecuaciones en la recta numérica. 	<p>OA7: Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal: Utilizando tablas. Usando metáforas de máquinas. Estableciendo reglas entre x e y. Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de venn), de manera manual y/o con software educativo.</p> <p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Elaboran, completan y analizan tablas de valores y gráficos, y descubren que todos los pares de valores tienen el mismo cociente ("constante de proporcionalidad"). ● Descubren el concepto de función mediante la relación de proporcionalidad directa. ● Descubren que la inclinación (pendiente) de la gráfica depende de la constante de la proporcionalidad. ● Representan la noción de función de manera concreta (utilizando metáforas de máquinas), pictórica o simbólica. ● Elaboran las tablas de valores y gráficos correspondientes, basados en ecuaciones de funciones lineales $f(x) = a \cdot x$ ($y = a \cdot x$). 	<p>OA 5: Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas: -Creando tablas de valores con a, b fijo y x, y variable. -Representando una ecuación lineal dada por medio de un gráfico, de manera manual y/o con software educativo. -Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando c en la ecuación $ax + by = c; (a, b, c \in \mathbb{Q})$ (decimales hasta la décima).</p> <p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Elaboran tablas y gráficos para ecuaciones de la forma $ax + by = c$ con a, b valores fijos y c con valores variables. ● Reconocen el cociente $-ab$ como pendiente de la recta con la ecuación $ax + by = c$. ● Confeccionan modelos 3D (figuras rectangulares o poligonales en niveles equidistantes) y los proyectan al plano para identificar la proyección de los bordes como líneas de la forma $ax + by = c$. ● Reconocen que las líneas con mayor densidad en el plano de proyección representan mayor cambio (pendiente) en el modelo 3D. 	<p>OA5: Mostrar que comprenden la inversa de una función:</p> <p>-Utilizando la metáfora de una máquina. -Representando la por medio de tablas y gráficos, de manera manual y/o con software educativo. -Utilizando la reflexión de la función representada en el gráfico en un plano cartesiano. -Calculando las inversas en casos de funciones lineales y cuadráticas.</p> <p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● -Elaboran tablas de valores de una función y de su inversa, reconociendo el intercambio de los valores en los pares (x, y). ● -Representan una función de manera concreta (metáfora de máquinas, gráficos, etc.) y representan de manera adecuada la función inversa (máquinas que funcionan en sentido contrario, reflexiones del gráfico, etc.). ● -Conjeturan sobre la reflexión en la recta $y = x$ para obtener la inversa de una función.

		<ul style="list-style-type: none"> ● Representan la linealidad $f(kx) = kf(x)$ y $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ en tablas y gráficos. ● Identifican la pendiente del gráfico Δy de la función $f(x) = a \cdot x$ con Δx el factor a. ● Verifican que las coordenadas de puntos pertenecientes al gráfico son soluciones de la ecuación $f(x) = a \cdot x$. ● Modelan situaciones de la vida cotidiana o de ciencias con funciones lineales. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Confeccionan un haz de gráficos de funciones afines, sobre la base de la función $f(x, y) = ax + by$ (con a y b fijo). ● Resuelven en el plano cartesiano problemas geométricos que involucren ecuaciones de la forma $ax + by = c$. ● Representan fenómenos geográficos y cotidianos mediante funciones lineales $f(x, y)$ en dos variables. 	<ul style="list-style-type: none"> ● -Conjeturan sobre la reflexión en la recta $y = x$ para obtener la inversa de una función. ● -Determinan las ecuaciones de las funciones inversas de funciones lineales y cuadráticas. ● -Reconocen la función inversa de una función dada, en representaciones pictóricas y simbólicas. ● -Resuelven problemas de la vida cotidiana y de otras ciencias, que involucren el concepto de la función inversa.
--	--	--	--	---

Unidad 2: Álgebra (Habilidades y Actitudes)	<p>Habilidades: Modelar: OAH. H: Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. OAH. i: Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >$, $<$, $= c$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) comparando dependencias lineales. Representar: k. Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros). l. Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación Actitudes: MA07 OAA E Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social. MA07 OAA F Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.</p>	<p>Habilidades: Representar OAH. k. Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros). OAH.m. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas Resolver problemas. OAH. c. Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones. Modelar OAH. i. Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >$, $<$, $= c$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) comparando dependencias lineales. Argumentar y comunicar OAH.f. Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. Actitudes: MA08 OAA F Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas. MA08 OAA E Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social</p>	<p>Habilidades: OAH c: Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas. OAH f: Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de los enunciados. OAH h: Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad. OAH i: Seleccionar modelos e identificar cuándo dos variables dependen linealmente o afinmente en un intervalo de valores. OAH m: Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones. OAH o: Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. Actitudes: MA1M OAA A: Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas. MA1M OAA D: Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>	<p>Habilidades: OAH b: Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático. OAH d: Describir relaciones y situaciones matemáticas, usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. Actitudes: OAA A: Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas. OAA D: Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas</p>
---	--	--	--	---

	3° Medio	4° Medio
Unidad 1 y 2: Números y Álgebra.	<p>OA3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.</p> <p>Indicadores de evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utilizan modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica, para determinar valores o hacer proyecciones. • Identifican los intervalos donde el modelo exponencial o logarítmico tiene sentido, según la situación de crecimiento o decrecimiento. • Varían parámetros para ajustar un modelo exponencial o logarítmico según la situación. • Construyen modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica, para determinar valores o hacer proyecciones. <p>Habilidades:</p> <p>OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.</p> <p>OA e. Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.</p> <p>OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.</p> <p>Actitudes</p> <p>Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.</p>	<p>OA3:</p> <p>Construir modelos de situaciones o fenómenos de crecimiento, decrecimiento y periódicos que involucren funciones potencias de exponente entero y trigonométricas $\sin(x)$ y $\cos(x)$, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.</p> <p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretan información, utilizando modelos que involucran funciones potencia y trigonométricas para deducir resultados. • Varían parámetros de modelos existentes que involucran funciones potencia y trigonométricas para comparar resultados. • Describen modelos existentes que involucran funciones potencia y trigonométricas para relacionar partes y características de la situación. • Construyen modelos de situaciones que involucran funciones potencias y trigonométricas para inferir resultados en diferentes momentos. • Comparan modelos que involucran funciones potencia o trigonométricas con otros modelos que también describen la situación, para determinar fortalezas y debilidades de estos. <p>Habilidades:</p> <p>e. Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.</p> <p>f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.</p> <p>Actitudes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

Anexo 4: “Instrumento evaluativo”**SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN**

Análisis de la resolución de problemas relacionados con la función logarítmica y exponencial, mediante el trabajo basado en modelación matemática. Un estudio de caso con estudiantes de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, Chile.

Descripción:

Este instrumento forma parte del trabajo a realizar por los estudiantes de la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, Matías Alvial Concha, Matías Escobar Cosío, Fabián Oñate Muñoz, Boris Sánchez Ferreira y Fernando Sánchez Millar en el contexto del Seminario de Investigación para optar al grado académico de Licenciado en Educación.

Para el desarrollo de este trabajo investigativo se requiere de la recopilación de antecedentes relacionados con las habilidades y conocimientos en torno a la modelación matemática en la formación de profesores.

Teniendo como referencia lo que las Bases Curriculares de educación media en Chile indican respecto de sus objetivos de aprendizaje y habilidades a desarrollar¹, se han elaborado 2 situaciones problemáticas que te invitamos a resolver, para que, con esas producciones se analicen y establezcan conclusiones al respecto.

Agradecemos enormemente tu participación y colaboración en este trabajo de investigación que nos permitirá extraer resultados y conclusiones de esta importante temática.

Objetivo de la investigación:

Analizar cómo resuelven problemas relacionados con la función logarítmica y exponencial, mediante el trabajo basado en modelación matemática, los estudiantes de la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, Chile.

¹ Extracto del programa de estudios de la asignatura de matemática del nivel 3° medio. Objetivos de aprendizaje y habilidades

OA 3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA e. Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquello.

Consentimiento Informado

Yo _____
RUT _____, estudiante del _____ semestre de la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, Chile. Declaro que he sido informado e invitado a participar de la investigación titulada “*Análisis de la resolución de problemas relacionados con la función logarítmica y exponencial, mediante el trabajo basado en modelación matemática. Un estudio de caso con estudiantes de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, Chile*” en el contexto del Seminario de Investigación de los estudiantes Matías Alvial Concha, Matías Escobar Cosío, Fabián Oñate Muñoz, Boris Sánchez Ferreira y Fernando Sánchez Millar de la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, Chile.

Entiendo que se busca “*Analizar cómo resuelven problemas relacionados con la función logarítmica y exponencial, mediante el trabajo basado en modelación matemática, los estudiantes de la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, Chile*” y que mi participación se desarrollará en dependencias de la Universidad y consiste en el desarrollo de 2 situaciones problemáticas en un tiempo aproximado de 90 minutos.

Me han explicado que la información registrada es de carácter confidencial y que los nombres de los participantes serán asociados a un número de serie; lo que significa que las respuestas no serán conocidas por otras personas, ni tampoco serán identificadas en la fase de publicación de resultados.

Estoy en conocimiento que los datos no me serán entregados y que no habrá retribución por la participación en este estudio. Además, me doy por enterado que esta investigación será publicada y, por lo tanto, tiene un beneficio para la sociedad educativa.

Asimismo, sé que me puedo negar a la participación o retirarme en cualquier etapa de la investigación, sin expresión de causa ni consecuencias negativas para mí.

Sí. Acepto voluntariamente participar en este estudio y he recibido una copia del presente documento.

Nombre participante	
Firma participante	
Fecha	

Situaciones de modelación**Nombre del participante:****Instrucciones:**

- Posee 90 minutos para el desarrollo de este instrumento.
- El desarrollo de este instrumento es de carácter individual.
- Lea y desarrolle cada una de las situaciones propuestas en las hojas entregadas.
- Procure ser explícito con sus desarrollos y mantener el orden, como también una letra legible.
- Los investigadores estarán disponibles para atender consultas respecto de la forma de este instrumento.
- Se permite el uso de calculadora científica.

Situación 1: El crecimiento de las lentejas de agua.

Las lentejas de agua (Lemma minor) flotan en el agua, tienen raíces pequeñas, se reproducen muy rápido y sirven como tapizante para la superficie del agua. En entornos naturales como una laguna, y en condiciones favorables, las lentejas acuáticas pueden mostrar un crecimiento exponencial diario a razón de un 25%. Al inicio de una investigación, se observa un área de $20 m^2$ cubierta de lentejas acuáticas.



- a) Realiza un esbozo de la gráfica de la situación del modelo del crecimiento de la Lemma minor y conjeture acerca de su comportamiento.
- b) Construye el modelo matemático que permita representar el crecimiento del área de las lentejas acuáticas en esa laguna.
- c) ¿Qué tamaño tendrá el área cubierta por la lenteja del agua después de 2 semanas transcurridas?
- d) ¿Qué tamaño tendrá el área cubierta por la lenteja del agua después de transcurrido 1 mes?
- e) Si se considera rentable un cultivo de lenteja acuática como fuente sustentable de proteínas vegetales y en una semana el área cultivada se hace 50 veces más grande, determina el factor de crecimiento diario para cambiar las condiciones que pueden generar este crecimiento.

**Situación 2: Comparando algunos terremotos.**

La escala de Richter fue desarrollada en 1935 por Charles F. Richter como un dispositivo de comparación de los tamaños de los terremotos. Un terremoto de puntuación 6,3 es 10 veces más fuerte que uno de 5,3, y uno de puntuación 7,3 es 100 veces más fuerte que uno de 5,3.

El 17 de octubre de 1889 ocurrió un terremoto en la bahía de San Francisco con una puntuación de 7,1 en la escala de Richter; luego en 1964 aconteció en Alaska un terremoto de puntuación 8,4 Richter. En nuestro país, el 27 de febrero del 2010 sucedió el mismo fenómeno, pero en una puntuación de 8,8 en la misma escala.

- a) Según la información entregada elabore un modelo que permita indicar la intensidad de los terremotos.
- b) ¿Cuán fuerte fue el terremoto de 2010 de nuestro país, en comparación con el que se describe en San Francisco?
- c) Si un terremoto es 1000 veces más fuerte que el de San Francisco en 1889, ¿cuál sería la puntuación en la escala de Richter?
- d) El 26 de diciembre de 2004, un terremoto 89 veces más fuerte que el de San Francisco en 1889 ocurrió en el Océano Índico cerca de Indonesia. ¿Cuál fue la puntuación en la escala de Richter?
- e) En 1960 ocurrió un terremoto en Valdivia, Chile con una intensidad de 1,4 veces más fuerte que el de Alaska. ¿Cuál fue la puntuación en la escala de Richter?



Anexo 5: Pauta de corrección Situación 1 y Situación 2

Situaciones de modelación

Nombre del participante:

Instrucciones:

- Posee 90 minutos para el desarrollo de este instrumento.
- El desarrollo de este instrumento es de carácter individual.
- Lea y desarrolle cada una de las situaciones propuestas en las hojas entregadas.
- Procure ser explícito con sus desarrollos y mantener el orden, como también una letra legible.
- Los investigadores estarán disponibles para atender consultas respecto de la forma de este instrumento.
- Se permite el uso de calculadora científica.

Situación 1: El crecimiento de las lentejas de agua.

Las lentejas de agua (Lemma minor) flotan en el agua, tienen raíces pequeñas, se reproducen muy rápido y sirven como tapizante para la superficie del agua. En entornos naturales como una laguna, y en condiciones favorables, las lentejas acuáticas pueden mostrar un crecimiento exponencial diario a razón de un 25%. Al inicio de una investigación, se observa un área de $20 m^2$ cubierta de lentejas acuáticas.



- a) Realiza un esbozo de la gráfica de la situación del modelo del crecimiento de la Lemma minor y conjeture acerca de su comportamiento.

Datos:

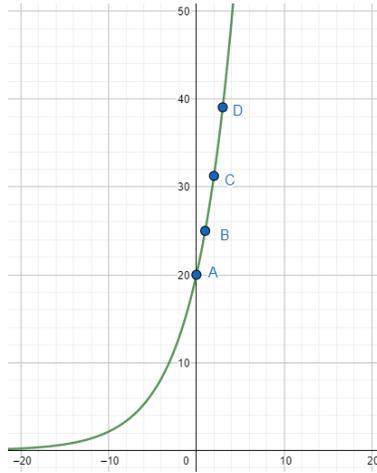
Valor inicial: $20 m^2$

Tasa de crecimiento: 25%

x: tiempo en días

y: área cubierta por las lentejas

X	0	1	2	3
y	20	25	31.25	39.06



Función creciente

La función es de tipo exponencial, con una curvatura creciente

- b) Construye el modelo matemático que permita representar el crecimiento del área de las lentejas acuáticas en esa laguna.

dia 0 $\rightarrow k$, donde es una constante perteneciente a los reales

$$\text{dia 1} \rightarrow k + \frac{1}{4}k \rightarrow \frac{5}{4}k$$

$$\text{dia 2} \rightarrow \frac{5}{4}k + \frac{1}{4} * \frac{5}{4}k \rightarrow \frac{5}{4}k * \left(1 + \frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{5}{4}k * \frac{5}{4} \rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^2 k$$

$$\text{dia 3} \rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^2 k + \frac{1}{4} * \left(\frac{5}{4}\right)^2 k \rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^2 k * \left(1 + \frac{1}{4}\right) \rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^2 k * \frac{5}{4} \rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^3 k$$

$$\text{dia } n \rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^n k$$

Por lo tanto, la función es

$$f(n) = \left(\frac{5}{4}\right)^n * 20$$



- c) ¿Qué tamaño tendrá el área cubierta por la lenteja del agua después de 2 semanas transcurridas?

2 semanas = 14 días

$$f(n) = \left(\frac{5}{4}\right)^n * 20$$

$$f(14) = \left(\frac{5}{4}\right)^{14} * 20 = 454.74$$

El área cubierta por las lentejas de agua después de 2 semanas es de 454.74 metros cuadrados

- d) ¿Qué tamaño tendrá el área cubierta por la lenteja del agua después de transcurrido 1 mes?

1 mes = 30 días

$$f(n) = \left(\frac{5}{4}\right)^n * 20$$

$$f(30) = \left(\frac{5}{4}\right)^{30} * 20 = 16155.87$$

El área cubierta por las lentejas de agua después de 2 semanas es de 16155.87 metros cuadrados

- e) Si se considera rentable un cultivo de lenteja acuática como fuente sustentable de proteínas vegetales y en una semana el área cultivada se hace 50 veces más grande, determina el factor de crecimiento diario para cambiar las condiciones que pueden generar este crecimiento.

1 semana = 7 días

$$f(n) = \left(\frac{5}{4}\right)^n * 20$$



$$f(7) = \left(\frac{5}{4}\right)^7 * 20 = 95.36$$

$$95.36 * 50 = 4768$$

$$f(7) = (x)^7 * 20$$

$$4768 = (x)^7 * 20$$

$$4768 = (x)^7 * 20$$

$$238.4 = (x)^7$$

$$X=2.18$$

El factor de crecimiento de las lentejas de agua de ser 2.18, para alcanzar un área 50 veces más grande



Situación 2: Comparando algunos terremotos.

La escala de Richter fue desarrollada en 1935 por Charles F. Richter como un dispositivo de comparación de los tamaños de los terremotos. Un terremoto de puntuación 6,3 es 10 veces más fuerte que uno de 5,3, y uno de puntuación 7,3 es 100 veces más fuerte que uno de 5,3.

El 17 de octubre de 1889 ocurrió un terremoto en la bahía de San Francisco con una puntuación de 7,1 en la escala de Richter; luego en 1964 aconteció en Alaska un terremoto de puntuación 8,4 Richter. En nuestro país, el 27 de febrero del 2010 sucedió el mismo fenómeno, pero en una puntuación de 8,8 en la misma escala.

- a) Según la información entregada elabore un modelo que permita indicar la intensidad de los terremotos.

Datos:

S.F = 7.1
AL = 8.4
CH = 8.8

6.3 = 10 veces 5.3
7.3 = 100 veces 5.3

$$i = \text{intensidad}$$
$$f(i) = 10^i$$

La función que permite saber la intensidad entre 2 magnitudes de terremotos es:

$$f(i) = 10^i$$

Donde *i* es la diferencia entre la mayor y la menor de las magnitudes.

- b) ¿Cuán fuerte fue el terremoto de 2010 de nuestro país, en comparación con el que se describe en San Francisco?

S.F = 7.1
AL = 8.4
CH = 8.8

$$f(1.7) = 10^{1.7}$$
$$f(1.7) = 50.11$$

El terremoto en Chile (2010) fue 50.11 veces más fuerte que el de San Francisco.

- c) Si un terremoto es 1000 veces más fuerte que el de San Francisco en 1889, ¿Cuál sería la puntuación en la escala de Richter?

S.F = 7.1
Terremoto = 1000 veces 7.1
i = ?

$$M_{mayor} - M_{menor} = i$$
$$M_{mayor} = i + M_{menor}$$



$$f(i) = 10^i, f(i) = 1000$$

$$1000 = 10^i$$

$$\log 1000 = \log 10^i$$

$$\log 1000 = i * \log 10$$

$$i = 3$$

$$M_{mayor} = i + M_{menor}$$

$$M_{mayor} = 3 + 7.1$$

$$M_{mayor} = 10.1$$

La puntuación en la escala de Richter correspondería a 10.1.

- d) El 26 de diciembre de 2004, un terremoto 89 veces más fuerte que el de San Francisco en 1889 ocurrió en el Océano Índico cerca de Indonesia. ¿Cuál fue la puntuación en la escala de Richter?

S.F=7.1

Océano indico = 89 veces 7.1

I=?

$$f(i) = 10^i$$

$$f(i) = 89$$

$$89 = 10^i$$

$$\log 89 = \log 10^i$$

$$\log 89 = i * \log 10$$

$$i = 1.94$$

$$M_{mayor} = i + M_{menor}$$

$$M_{mayor} = 1.94 + 7.1$$

$$M_{mayor} = 9.04$$

El terremoto de 2004 que fue 89 veces más fuerte que el de S.F tuvo una magnitud de 9.04.

- e) En 1960 ocurrió un terremoto en Valdivia, Chile con una intensidad de 1,4 veces más fuerte que el de Alaska. ¿Cuál fue la puntuación en la escala de Richter?



AL=8.4

Valdivia= 1.4 veces 8.4

I=?

$$f(i) = 10^i$$
$$f(i) = 1.4$$

$$1.4 = 10^i$$
$$\log 1.4 = \log 10^i$$
$$\log 1.4 = i * \log 10$$
$$i = 0.14$$

$$M_{mayor} = i + M_{menor}$$
$$M_{mayor} = 0.14 + 8.54$$
$$M_{mayor} = 8.54$$

La magnitud del terremoto de Valdivia 1.4 veces, más fuerte que el de Alaska sería de 8.54.

Referencias Bibliográficas

Alsina, C. (2007). Less chalk, less words, less symbols... more objects, more context, more actions. Michele Artigue & Bernard R. Hodgson (Eds.), *Modellings and applications in mathematics Education* (pp. 47-57). Springer.

Aravena, M.; Caamaño, C. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios Pedagógicos*. Vol (33), Núm (2), pp. 7-25. ISSN 0718-0705.

Aravena, M.; Caamaño, C.; Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. (11), Núm.(1), pp. 19-92. ISSN: 1665-2436

Arrieta, J; Diaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. (18), Núm (1), pp. 19-48. ISSN: 1665-2436

Blomhøj, M. (2008). Modelización matemática - Una teoría para la práctica. *Revista de educación matemática*, 23(2), 20-35.

Blomhøj, M. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica de Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*. Vol. (2). Nº(2). pp 55-68. ISSN 1982-5153

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects: State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68. <http://www.jstor.org/stable/3482238>

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction.

Burkhardt, H. (2017). Ways to teach modelling—a 50 year study. *ZDM*, 50(1–2), 61–75.
<https://doi.org/10.1007/s11858-017-0899-8>

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento/apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, Vól. (20), Núm. (1), pp. 59-79. ISSN: 1120-9968

D' Ambrosio, U. (2009). Mathematical Modeling: Cognitive, Pedagogical, Historical And Political Dimensions. *Journal of Mathematical Modelling and Application*. Vól. (1), Núm (1), pp.89-98.

El modelamiento matemático en la formación del ingeniero/ editor Luis Facundo Maldonado Granados. -- Bogotá : Ediciones Universidad Central, 2013. 206 páginas. ISBN: 978-958-26-0196-6.

Henn, H.; Kaiser, G.; (2001). MATHEMATIK – EIN POLARISIERENDES SCHULFACH. *ResearchGate*. Vól. (4). pp. 359-380.

Henríquez, D.; Pinto, M.; Solar, H. (2019). Identificación de la argumentación en el desarrollo, revistas de estudios y experiencias en educación. Vól. (19), Núm (41), pp. 391-404

Huinchahue, J.; Mena-lorca, J. (2015). Modelación matemática en la formación inicial de profesores. *Jornadas Nacionales de Educación Matemática XIX* (pp. 184-191). Villarrica, Chile: SOCHIAM.

Huincahue, J; Borromeo-Ferri, R.; Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. enseñanza de las ciencias. Vól. (36), Núm. (1), pp.99-115 . ISSN (impreso): 0212-4521 / ISSN (digital): 2174-6486

Kaiser G., Sriraman, B (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. Vól (38), Núm (3). pp: 302-310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>

Kaiser, G. (2006). Introduction to the working group “Applications and Modelling”. In Proceedings of the fourth congress of the European society for research in mathematics education (CERME 4) (pp. 1613-1622).

Mora Zuluaga, A. (2015). Modelación matemática en la formación de profesores. http://funes.uniandes.edu.co/8352/1/Cap%C3%ADtulo_1__Modelaci%C3%B3n_Matem%C3%A1tica_AMZ.pdf

Moreno, A., Marín. M. y Ramírez-Uclés, R. (2021). Errores de profesores de matemáticas en formación inicial al resolver una tarea de modelización. PNA 15(2), 109-136.

Pollak, H (1979). LA INTERACCION ENTRE LA MATEMÁTICA Y OTRAS DISCIPLINAS ESCOLARES. En UNESCO (ed), Nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática, Vól. (4) Paris: UNESCO, 265-248

Rodríguez, R., Quiroz, S., & Illanes, L. (2013). Competencias de modelación y uso de tecnología en ecuaciones diferenciales.

Salazar, C.; Mancera, G.; Camelo, F.; Yesid, W. (2017). Una propuesta para el desarrollo de practicas pedagogicas de modelación matemática en la perspectivva sociocritica. CUARTO ENCUESTRO DISTRITAL DE EDUCACION MATEMATICA EDEM-4 "Cultura, sociedad y escuela en la educacion matematica del distrito capital"

Villa-Ochoa, J.A.; Rosa, M.; Gavarrete, M. (2018). Aproximaciones socioculturales a la Modelación en Educación Matemática. Aportes de una comunidad latinoamericana, Revista Latinoamericana de Etnomatemática, Vól. (11), Núm (1), pp. 4-12. ISSN: 2011-5474

Voskoglou, M. G. (2006). The use of mathematical modelling as a tool for learning mathematics. Quaderni di Ricerca in Didattica, 16, pp. 53-60.

VVillareal, M.; Mina, M. (2020). Actividades Experimentales con Tecnologías en Escenarios de Modelización Matemática. Bolema, rio claro (SP). VVVól. (34), Núm. (67), pp. 786-824.

Zaldivar, J.; Quiroz, S.; Medina, G. (2018). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. IE revista de educacion matematica de la rediech. Vól. (8), Núm (15), pp. 87-110.



PAUTA PARA EVALUAR SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

NOMBRE DEL EVALUADOR	Carmen Cecilia Espinoza Melo
TÍTULO DEL SEMINARIO EVALUADO:	Análisis de 2 situaciones basados en modelamiento matemático de función exponencial y función logarítmica a estudiantes de cuarto semestre de la carrera pedagogía en educación media en matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción
ESTUDIANTE (S) AUTOR (ES) DEL SEMINARIO	Matías Alvial Concha Matías Escobar Cosío Fabian Oñate Muñoz Boris Sánchez Ferreira Fernando Sánchez Millar
CARRERA	Pedagogía Media en Educación Matemática
PROFESOR GUÍA	Erich Leighton Vallejos

Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

A. De La Formulación del Problema (25%)

INDICADORES	Nota
1. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes empíricos, contextuales y teóricos.	6,5
2. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio.	6,5
3. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	6,5
4. Relevancia del problema de investigación en el contexto de las disciplinas pedagógicas.	6,5
5. Adecuada identificación y/o definición operacional de variables y/o categorías de análisis.	6,5
6. Fundamentación y justificación del problema basado en antecedentes bibliográficos y de trabajos de investigación relevantes en el campo de estudio.	6,5
Promedio	6,5

B. DEL MARCO TEÓRICO REFERENCIAL (20%)

INDICADORES	Nota
1. Pertinencia y relevancia de la bibliografía (si corresponde a las disciplinas pedagógicas, actualizadas).	7,0
2. Uso del lenguaje técnico coherente con la temática estudiada.	7,0
3. Calidad y precisión del marco teórico/ Conceptual.	7,0
Promedio	7,0

C. Del Diseño Metodológico del Problema (20%)

INDICADORES	Nota
1. Precisión del enfoque o modelo de investigación.	6,5
2. Presentación del método de investigación y su diseño.	6,5
3. Coherencia entre el enfoque investigativo, las fuentes de recogida de datos y el problema estudiado.	6,5
4. Precisión en la descripción de la población objetivo o de los participantes, su rol y función que cumplen en la investigación.	6,5
5. Precisión de las estrategias y técnicas de recogida de datos.	6,5
6. Descripción del procedimiento investigativo y/o escenarios donde se realiza la investigación.	6,5
7. Control de validez y confiabilidad y/o de credibilidad y consistencia interna de la información.	6,0
8. Consistencia entre unidad de análisis, fuentes y técnicas de análisis de la información.	6,0
Promedio	6,4



D. DEL CONTENIDO TEMÁTICO Y LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN (25%)

INDICADORES	Nota
1. Procesamiento, análisis e interpretación pertinentes de los resultados o hallazgos de investigación .	6,0
2. Presentación de los hallazgos o resultados de forma clara y sintética.	5,0
3. Discusión de los resultados de la investigación.	5,0
4. Conclusiones sustentadas en los resultados o hallazgos.	5,0
5. Explicitación de las proyecciones y de las limitaciones del estudio.	6,0
6. Congruencia entre conclusiones, discusión y sugerencias que se realiza a partir de los resultados o hallazgos de la investigación.	6,0
Promedio	5,5

E. DE LOS ASPECTOS FORMALES (10%)

INDICADORES	Nota
1. Títulos pertinentes y sintéticos .	7,0
2. Estructura organizada de los contenidos atendiendo al enfoque y método investigativo.	7,0
3. Correcto uso de ortografía.	6,0
4. Coherencia en la redacción.	6,5
5. Sistematización en la formulación de citas y referencias bibliográficas.	5,0
6. Uso del sistema de citas bibliográficas, de acuerdo a normas APA.	5,0
Promedio	5,6

2. RESUMEN DE LA EVALUACIÓN

Aspectos	Ponderación	Nota	Puntaje porcentual
A. De la Formulación del problema	25%	6,5	1,625
B. Del Marco Teórico referencial	20%	7,0	1,4
C. Del Diseño Metodológico de la investigación	20%	6,4	1,28
D. Del Contenido Temático y los Resultados	25%	5,5	1,375
E. De los aspectos formales	10%	5,6	0,56
Nota promedio final			6,24

3. OBSERVACIONES O COMENTARIO DE SÍNTESIS.

Resuma su opinión global en un comentario, que a su juicio, revele los aspectos más sobresalientes, tanto en lo referido a las fortalezas, como a las debilidades de este Seminario de Investigación, o indique las modificaciones que a su juicio deben realizarse a este trabajo para proceder a su calificación final.

Felicitaciones por el trabajo realizado. Para mejorarlo deben realizar algunos cambios como por ejemplo señalar los capítulos que componen el escrito y debe ir en un párrafo de la introducción, revisar las citas y utilizar las normas APA 7 para citar textualmente o parafraseo.

Hay varias citas textuales a las que les falta señalar la página donde se encuentran.

Revisar la ortografía del escrito.

En el capítulo final correspondiente a las conclusiones deben dar respuestas a los objetivos específicos y objetivo general que presentaron en el capítulo 2.

Para generar los índices se recomienda usar tablas dinámicas de Word.

revisar las tablas, estas deben presentarse según las normas APA 7

En es escrito se encuentran otros comentarios



**Facultad de
Educación**

Universidad Católica de la Santísima Concepción

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'González'.

FIRMA PROF. EVALUADOR

Fecha: 8 de julio de 2022



PAUTA PARA EVALUAR SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

NOMBRE DEL EVALUADOR	Ricardo González Méndez
TÍTULO DEL SEMINARIO EVALUADO:	ANÁLISIS DE 2 SITUACIONES BASADOS EN MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE FUNCIÓN EXPONENCIAL Y FUNCIÓN LOGARÍTMICA A ESTUDIANTES DE CUARTO SEMESTRE DE LA CARRERA PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
ESTUDIANTE (S) AUTOR (ES) DEL SEMINARIO	Matías Alvial Concha Matías Escobar Cosio Fabián Oñate Muñoz Boris Sánchez Ferreira Fernando Sánchez Millar
CARRERA	Pedagogía En Educación Media en Matemática
PROFESOR GUÍA	Erich Leighton Vallejos

Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

B. De La Formulación del Problema (25%)

INDICADORES	Nota
1. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes empíricos, contextuales y teóricos.	6.7
2. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio.	5.5
3. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	6.5
4. Relevancia del problema de investigación en el contexto de las disciplinas pedagógicas.	6.6
5. Adecuada identificación y/o definición operacional de variables y/o categorías de análisis.	5.8
6. Fundamentación y justificación del problema basado en antecedentes bibliográficos y de trabajos de investigación relevantes en el campo de estudio.	6.6
Promedio	6.3

B. DEL MARCO TEÓRICO REFERENCIAL (20%)

INDICADORES	Nota
1. Pertinencia y relevancia de la bibliografía (si corresponde a las disciplinas pedagógicas, actualizadas).	6.6
2. Uso del lenguaje técnico coherente con la temática estudiada.	6.4
3. Calidad y precisión del marco teórico/ Conceptual.	6.5
Promedio	6.5

C. Del Diseño Metodológico del Problema (20%)

INDICADORES	Nota
1. Precisión del enfoque o modelo de investigación.	6.4
2. Presentación del método de investigación y su diseño.	5.0
3. Coherencia entre el enfoque investigativo, las fuentes de recogida de datos y el problema estudiado.	6.0
4. Precisión en la descripción de la población objetivo o de los participantes, su rol y función que cumplen en la investigación.	6.5
5. Precisión de las estrategias y técnicas de recogida de datos.	6.0
6. Descripción del procedimiento investigativo y/o escenarios donde se realiza la investigación.	6.2
7. Control de validez y confiabilidad y/o de credibilidad y consistencia interna de la información.	5.0
8. Consistencia entre unidad de análisis, fuentes y técnicas de análisis de la información.	6.0
Promedio	5.9



D. DEL CONTENIDO TEMÁTICO Y LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN (25%)

INDICADORES	Nota
1. Procesamiento, análisis e interpretación pertinentes de los resultados o hallazgos de investigación .	6.0
2. Presentación de los hallazgos o resultados de forma clara y sintética.	6.2
3. Discusión de los resultados de la investigación.	6.0
4. Conclusiones sustentadas en los resultados o hallazgos.	5.5
5. Explicitación de las proyecciones y de las limitaciones del estudio.	5.0
6. Congruencia entre conclusiones, discusión y sugerencias que se realiza a partir de los resultados o hallazgos de la investigación.	5.5
Promedio	5.7

E. DE LOS ASPECTOS FORMALES (10%)

INDICADORES	Nota
1. Títulos pertinentes y sintéticos .	6.6
2. Estructura organizada de los contenidos atendiendo al enfoque y método investigativo.	6.2
3. Correcto uso de ortografía.	6.6
4. Coherencia en la redacción.	6.4
5. Sistematización en la formulación de citas y referencias bibliográficas.	6.2
6. Uso del sistema de citas bibliográficas, de acuerdo a normas APA.	5.8
Promedio	6.3

2. RESUMEN DE LA EVALUACIÓN

Aspectos	Ponderación	Nota	Puntaje porcentual
A. De la Formulación del problema	25%	6.3	1.58
B. Del Marco Teórico referencial	20%	6.5	1.30
C. Del Diseño Metodológico de la investigación	20%	5.9	1.18
D. Del Contenido Temático y los Resultados	25%	5.7	1.43
E. De los aspectos formales	10%	6.3	0.63
Nota promedio final			6.1

3. OBSERVACIONES O COMENTARIO DE SÍNTESIS.

Resuma su opinión global en un comentario, que a su juicio, revele los aspectos más sobresalientes, tanto en lo referido a las fortalezas, como a las debilidades de este Seminario de Investigación, o indique las modificaciones que a su juicio deben realizarse a este trabajo para proceder a su calificación final.

El trabajo investigativo se presenta en forma sintética, respecto de una temática de interés y relevancia para la educación matemática. Las referencias, si bien no son actuales, evidencian una revisión significativa de la temática y haciendo las necesarias inflexiones en torno al contexto de educación en pandemia.

Respecto de la estructura, se recomienda revisar las limitaciones y proyecciones con foco en el trabajo investigativo específico.

Se recomienda redactar las conclusiones en función de los objetivos planteados al comienzo del estudio y que se derivan de la problemática presentada que da origen al estudio.

Respecto de aspectos de forma, se recomienda revisar el escrito en su conjunto, dado que se presentan muchas palabras pegadas. Por su parte, cautelar el uso de las normas APA en las citas especialmente en aquellas que son textuales



**Facultad de
Educación**

Universidad Católica de la Santísima Concepción

Aprobada en Consejo de Facultad / abril de 2011

A handwritten signature in blue ink, appearing to be "P. Pérez", written over a horizontal line.

FIRMA PROF. EVALUADOR

Fecha: 04 de agosto de 2022